M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une Notice biographique sur *Michel Chasles*, publiée dans les Comptes rendus de l'Académie des Sciences de l'Institut de Bologne, et contenant une énumération détaillée des divers travaux de notre illustre confrère;

2° Un Rapport de M. *Hébert* à la Commission pour l'unification de la nomenclature géologique (Congrès géologique international, session de Bologne).

M. G. **Tempel**, M. **Birckel** adressent leurs remercîments à l'Académie, pour les distinctions dont leurs travaux ont été l'objet.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des équations linéaires, par le moyen des fonctions abéliennes*. Note de M. **H. Poincaré**.

« Soient $F(\xi, \eta)$, $F_1(\xi, \eta)$ deux fonctions abéliennes quelconques. Posons

$$x = F, \quad y = F_1, \quad z_1 = \sqrt[3]{\frac{dF}{d\xi}\frac{dF_1}{d\eta} - \frac{dF_1}{d\xi}\frac{dF}{d\eta}}, \quad z_2 = \xi z_1, \quad z_3 = \eta z_1;$$

l'équation linéaire

$$(1) \qquad \begin{vmatrix} z & z_1 & z_2 & z_3 \\ \frac{dz}{dx} & \frac{dz_1}{dx} & \frac{dz_2}{dx} & \frac{dz_3}{dx} \\ \frac{d^2z}{dx^2} & \frac{d^2z_1}{dx^2} & \frac{d^2z_2}{dx^2} & \frac{d^2z_3}{dx^2} \\ \frac{d^3z}{dx^3} & \frac{d^3z_1}{dx^3} & \frac{d^3z_2}{dx^3} & \frac{d^3z_3}{dx^3} \end{vmatrix} = 0,$$

qui a pour intégrales

$$z = z_1, \quad z = z_2, \quad z = z_3,$$

a pour coefficients des fonctions abéliennes de ξ et de η, et par conséquent des fonctions algébriques de x et de y.

» Posons maintenant

$$t_1 = \sqrt[3]{\frac{dF}{dX}\frac{dF_1}{dY} - \frac{dF_1}{dX}\frac{dF}{dY}},$$

$$t_2 = X t_1, \quad t_3 = Y t_1, \quad \xi = a\,LX, \quad \eta = b\,LY,$$

d'où

$$t_1 = z_1 abe^{-\frac{\xi}{3a} - \frac{\eta}{3b}}, \quad t_2 = z_1 abe^{\frac{2\xi}{3a} - \frac{\eta}{3b}}, \quad t_3 = z_1 abe^{-\frac{\xi}{3a} + \frac{2\eta}{3b}};$$

l'équation linéaire

$$(2)\qquad \begin{vmatrix} z & t_1 & t_2 & t_3 \\ \dfrac{dz}{dx} & \dfrac{dt_1}{dx} & \dfrac{dt_2}{dx} & \dfrac{dt_3}{dx} \\ \dfrac{d^2z}{dx^2} & \dfrac{d^2t_1}{dx^2} & \dfrac{d^2t_2}{dx^2} & \dfrac{d^2t_3}{dx^2} \\ \dfrac{d^3z}{dx^3} & \dfrac{d^3t_1}{dx^3} & \dfrac{d^3t_2}{dx^3} & \dfrac{d^3t_3}{dx^3} \end{vmatrix} = 0,$$

qui a pour intégrales

$$z = t_1, \quad z = t_2, \quad z = t_3,$$

a ses coefficients algébriques en x et en y.

» Les fonctions abéliennes F et F_1 permettent donc d'intégrer une infinité d'équations différentielles linéaires du troisième ordre à coefficients algébriques, car l'équation (1) contient un paramètre arbitraire y et l'équation (2) en contient trois, a, b et y.

» On pourrait se proposer de former toutes les équations à coefficients *rationnels* qui peuvent s'intégrer par ce procédé, mais ce problème nous entraînerait bien loin; je me bornerai donc à former les *groupes* de ces équations. Voici ce que j'entends par là.

» Le groupe de l'équation proposée sera le groupe des substitutions linéaires que subissent les intégrales quand x décrit un contour quelconque, et celles de ces transformations qui correspondent à un contour infiniment petit décrit autour d'un point singulier formeront la base du groupe. On arrive ainsi aux résultats suivants :

» *Premier cas, équations* (1). — Soient u_1, u_2, u_3 les trois intégrales, et supposons qu'on ait convenablement choisi u_3; les opérations qui formeront la base du groupe G cherché seront de la forme

$$(u_1, u_2, u_3,\ \alpha_i u_1 + \beta_i u_2 + \gamma_i u_3,\ \alpha'_i u_1 + \beta'_i u_2 + \gamma'_i u_3,\ \gamma''_i u_3).$$

» S'il y a n points singuliers, on donnera à i successivement les valeurs $1, 2, \ldots, n$.

» Le groupe g dérivé des opérations,

$$(u_1, u_2,\ \alpha_i u_1 + \beta_i u_2,\ \alpha'_i u_1 + \beta'_i u_2),$$

sera d'ordre fini. Si, en combinant d'une certaine manière les opérations du groupe g, on obtient l'opération dite *unité*,

$$(u_1, u_2,\ u_1, u_2),$$

en combinant *de la même manière* les opérations de G on obtiendra la substitution

$$(u_1, u_2, u_3,\ u_1 + \Gamma_k u_3,\ u_2 + \Gamma'_k u_3,\ \Gamma''_k u_3).$$

» Le système des quantités

$$\frac{\Gamma_k}{\Gamma''_k},\quad \frac{\Gamma'_k}{\Gamma''_k}$$

devra satisfaire à des conditions telles, qu'elles représentent un système de périodes d'une certaine fonction abélienne. Telles sont les conditions auxquelles sont assujettis les groupes des équations (1), quand les coefficients de ces équations sont rationnels.

» *Second cas, équations* (2). — Les opérations qui servent de base au groupe G cherché sont de la forme

$$(u_1, u_2, u_3,\ \alpha_i u_2,\ \beta_i u_3,\ \gamma_i u_1),$$

et les α_i, β_i et γ_i sont des quantités telles, que l'on puisse trouver deux nombres a et b de telle sorte que le système des nombres

$$\begin{matrix} a\mathrm{L}\dfrac{\alpha_i\beta_j\gamma_k}{\gamma_i\alpha_j\beta_k}, & b\mathrm{L}\dfrac{\beta_i\gamma_j\alpha_k}{\gamma_i\alpha_j\beta_k}, \\ 2i\pi, & 0, \\ 0, & 2i\pi \end{matrix}$$

puisse représenter un système de périodes d'une certaine fonction abélienne.

» Il va sans dire que, si, au lieu d'envisager des fonctions abéliennes de deux variables, on avait considéré des fonctions de p variables, on aurait intégré une infinité d'équations du $(p+1)^{\text{ième}}$ ordre à coefficients algébriques. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les formules de représentation des fonctions.* Note de M. P. du Bois-Reymond, présentée par M. Hermite.

« La Note intéressante de M. C. Jordan sur la série de Fourier, insérée au Cahier du 31 janvier 1881 des *Comptes rendus,* a trait à des questions auxquelles j'ai voué des recherches assidues, et je prie l'Académie de vouloir bien me permettre de lui présenter un résumé succinct de mes résultats.

» Les formules de représentation de Fourier, ses séries et son intégrale double sont des cas spéciaux de certains théorèmes de Calcul intégral,