M. le **Secrétaire perpétuel** signale également un « Essai monographique sur les Dianthus des Pyrénées orientales, par *Ed. Timbal Lagrave*, avec planches dessinées par M. *E. Bucquoy* », et un fascicule de « l'Herbier du jeune botaniste, par M. *E. Bucquoy* ».

M. le **Secrétaire perpétuel** fait hommage à l'Académie, au nom de M. *G. Govi*, de deux Opuscules portant pour titres : « Nuovo documento relativo alla invenzione dei cannocchiali binocoli » et « Intorno alla teoria dell'elettroforo. »

Le premier de ces Opuscules contient une reproduction complète du document relatif à l'invention des lunettes binoculaires, que M. Govi a déjà fait connaître à l'Académie, et qui assure l'honneur de cette invention à D. Chorez, lunetier en l'île Notre-Dame, à l'enseigne du *Compas*.

M. Govi démontre, en outre, que Galilée n'a jamais eu la pensée de construire des lunettes binoculaires, quoique un nommé Octave Pisani y eût songé et lui en eût écrit, et bien que ses disciples et ses biographes lui en aient attribué l'invention. Ce qui appartient réellement à Galilée, c'est la construction du microscope composé, qu'on emploie beaucoup maintenant sous le nom de *loupe de Brücke*. Galilée le nommait *occhialino*; il s'en servait déjà en 1610, comme on peut le voir dans un Opuscule de Jean Wodderborn, publié en cette même année.

Le second Opuscule de M. Govi se rapporte à la théorie de l'*électrophore*, dont il croit pouvoir identifier le gâteau résineux avec un *carreau magique* chargé, qui aurait ses deux faces couvertes de deux lames isolantes. M. Govi appuie sa manière de voir par plusieurs expériences, et, entre autres, par la construction d'un électrophore à couches d'air, sans gâteau résineux.

L'**Académie royale des Sciences et Lettres de Cadix** fait hommage à l'Académie d'une Brochure portant pour titre : « Sesion extraordinaria, celebrada en honor de don Pedro Calderon de la Barca. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions fuchsiennes.* Note de M. **H. Poincaré.**

« Dans ma Communication du 30 mai dernier, j'ai montré que le problème de l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients rationnels se ramène au suivant :

» *Construire une fonction fuchsienne* F(z) *ne pouvant prendre aucune des n valeurs données*

$$(1)\qquad \alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n.$$

» Si l'on assujettit, de plus, F(z) à pouvoir prendre toutes les valeurs possibles, à l'exception des valeurs (1), le nombre des paramètres dont on dispose est égal à celui des conditions que l'on s'impose. Si l'on ne s'assujettit pas à cette condition, le nombre des paramètres dont on dispose est infini.

» Grâce à cette circonstance, il était extrêmement probable que le problème était toujours susceptible d'une infinité de solutions; mais je ne l'avais encore démontré rigoureusement que dans des cas particuliers. Je vais faire voir que cela est encore vrai dans le cas général.

» En effet, je répartis les valeurs (1) en deux classes :

» 1° Les valeurs réelles $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$;

» 2° Les valeurs imaginaires $\alpha_{m+1}, \alpha_{m+2}, \ldots, \alpha_n$, que j'écris

$$\beta_1,\ \beta_2,\ \ldots,\ \beta_p\quad (p = n - m).$$

» Soient $\beta'_1, \beta'_2, \ldots, \beta'_p$ les valeurs conjuguées de $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p$.

» Je me propose de construire une fonction F(z) ne pouvant prendre aucune des m valeurs réelles données $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, ni aucune des $2p$ valeurs imaginaires données (conjuguées deux à deux) $\beta_1, \ldots, \beta_p, \beta'_1, \ldots, \beta'_p$. Je vais faire voir que ce problème se ramène au suivant : *Construire une fonction* $F_1(z)$ *ne pouvant devenir égale ni à* $m + 2q$ *valeurs réelles données, ni à* $2p - 2q$ *valeurs imaginaires données conjuguées deux à deux.*

» Soit, en effet,

$$\varphi(x) = (x - \beta_1)(x - \beta_2)\ldots(x - \beta_p)(x - \beta'_1)\ldots(x - \beta'_p);$$

$\varphi(x)$ sera un polynôme de degré $2p$, à coefficients réels.

» L'équation

$$\frac{d\varphi}{dx} = 0$$

aura $2p - 1$ racines

$$\gamma_1,\ \gamma_2,\ \ldots,\ \gamma_{2p-1},$$

dont $2r - 1$ seront réelles, r étant au moins égal à 1; il restera $p - r$ couples de racines imaginaires.

» Soient

$$\begin{aligned}
&\varphi(\alpha_1) = a_1, \quad \varphi(\alpha_2) = a_2, \quad \ldots, \quad \varphi(\alpha_m) \phantom{_{p-1}} = a_m,\\
&\varphi(\gamma_1) = C_1, \quad \varphi(\gamma_2) = C_2, \quad \ldots, \quad \varphi(\gamma_{2p-1}) = C_{2p-1}.
\end{aligned}$$

» Les a seront réels; parmi les C, $2q-1$ seront réels, q étant au moins égal à r et, par conséquent, au moins égal à 1; les $2p-2q$ autres C seront imaginaires et conjugués deux à deux.

» Supposons que l'on ait construit une fonction $F_1(z)$ ne pouvant prendre aucune des $m+2p$ valeurs $a_1, a_2, \ldots, a_m$, o, $C_1, C_2, \ldots, C_{2p-1}$, dont $2p-2q$ seulement sont imaginaires et sont d'ailleurs conjuguées deux à deux. Définissons une fonction $F(z)$ par l'équation

$$\varphi[F(z)] = F_1(z).$$

$F_1(z)$ ne pouvant prendre aucune des valeurs $C_1, C_2, \ldots, C_{2p-1}$, $F(z)$ sera fonction uniforme de z. $F_1(z)$ ne pouvant devenir nul, $F(z)$ ne pourra devenir égal à aucune des valeurs β. Enfin, $F_1(z)$ ne pouvant être égalé à aucun des a, $F(z)$ ne pourra être égalé à aucun des α, c'est-à-dire que $F(z)$ satisfera aux conditions imposées.

» En employant un nombre suffisant de fois le même artifice, on ramènera la construction de $F(z)$ à celle d'une fonction $F_h(z)$ ne pouvant prendre $m+2p$ valeurs réelles données. Or ce problème est toujours possible, ainsi que je l'ai montré dans ma Communication du 23 mai.

» On en conclut :

» 1° Que toute équation différentielle linéaire à coefficients algébriques s'intègre par les fonctions zétafuchsiennes;

» 2° Que les coordonnées des points d'une courbe algébrique quelconque s'expriment par des fonctions fuchsiennes d'une variable auxiliaire. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'imitation, par la voie hydrodynamique, des actions électriques et magnétiques.* Note de M. C.-A. **Bjerknes.**

« Dans quelques Communications antérieures (1), j'ai annoncé à l'Académie qu'on peut imiter hydrodynamiquement et d'une manière bien complète, en obtenant toutefois des phénomènes précisément inverses, les actions des forces de l'électricité statique et du magnétisme permanent. Dans l'été de 1879, j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie une de mes expériences; toutes les autres ont été répétées au laboratoire du Collège de France et dans une séance de la Société de Physique.

» Depuis l'automne de la même année, les recherches analytiques et les

(1) Voir *Comptes rendus*, janvier, février et juillet 1879.