

» annoncer qu'il ne se produira pas avant 1890, 1888 peut-être, mais bien  
 » plus probablement 1892. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les courbes définies par les équations différentielles.* Note de M. H. POINCARÉ, présentée par M. Bouquet.

« Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie en 1880, j'ai étudié les propriétés d'une équation différentielle de la forme

$$(1) \quad \frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y},$$

où X et Y sont des polynômes entiers en  $x$  et  $y$ . Considérant  $x$  et  $y$  comme les coordonnées d'un point dans un plan, je projetais gnomoniquement ce point sur une sphère, et j'étudiais la forme géométrique des *caractéristiques*, c'est-à-dire des courbes sphériques définies par l'équation (1).

» J'ai reconnu que par un point non singulier de la sphère passe une seule caractéristique, et que les points singuliers se répartissent en général en trois catégories : les *nœuds* par où passent une infinité de caractéristiques, les *cols* par où passent deux caractéristiques, et les *foyers* par où ne passe aucune caractéristique, mais autour desquels une infinité de caractéristiques tournent comme des spirales en s'en rapprochant indéfiniment. J'ai démontré de plus que le nombre des nœuds et des foyers surpasse de deux unités celui des cols.

» Je vais envisager aujourd'hui un cas plus général; j'étudierai l'équation

$$(2) \quad F\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right) = 0,$$

où F est un polynôme entier. Je poserai

$$x = \varphi_1(\xi, \eta, \zeta), \quad y = \varphi_2(\xi, \eta, \zeta), \quad \frac{dy}{dx} = \varphi_3(\xi, \eta, \zeta),$$

où  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  sont des fonctions rationnelles en  $\xi, \eta, \zeta$ ; on en tirera

$$(3) \quad \Phi(\xi, \eta, \zeta) = 0.$$

Si  $\xi, \eta, \zeta$  sont les coordonnées d'un point dans l'espace, l'équation (3) représente une surface, et l'équation (2) définit certaines *caractéristiques* ou courbes tracées sur cette surface. Par un point non singulier de la sur-

face passera une seule caractéristique, et les points singuliers seront, comme plus haut, des nœuds, des foyers et des cols.

» On aura pu choisir les fonctions rationnelles  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  et  $\varphi_3$  de telle sorte que la surface (3) n'ait pas de branches infinies. Cette surface se compose alors d'un certain nombre de nappes fermées.

» Soit  $S$  une de ces nappes,  $p$  son genre, c'est-à-dire le nombre de cycles séparés que l'on peut tracer sur cette nappe sans la séparer en deux régions différentes (ainsi une sphère, et en général une surface convexe sera de genre 0, un tore sera de genre 1, une surface primitivement convexe dans laquelle on aurait percé  $p$  trous sera de genre  $p$ ).

» Soient  $N$ ,  $F$  et  $C$  les nombres des nœuds, des foyers et des cols qui seront situés sur  $S$ , on aura la relation

$$N + F - C = 2 - 2p.$$

Les autres résultats, énoncés dans la Note citée plus haut, sont également susceptibles d'être étendus au cas qui nous occupe. »

ÉLECTRICITÉ. — *Distribution de l'énergie par l'électricité.*

Note de M. MARCEL DEPREZ.

« Il n'est pas toujours commode de disposer en dérivation tous les appareils que l'on veut mettre en circuit sur un générateur d'électricité; certains d'entre eux, par leur nature même, se placent plus avantageusement en série. J'ai montré dans la précédente Communication (28 novembre) comment on peut arriver à disposer la machine génératrice pour faire le service dans la première disposition; je vais montrer comment on peut l'obtenir.

» On sait que, dans ce cas, il s'agit de maintenir constante l'intensité du courant qui passe dans le circuit unique sur lequel se trouvent tous les appareils.

» *Distribution en série.* — Considérons une machine dynamo-électrique dont l'excitation soit obtenue par un circuit dérivé du circuit général.

» Soient  $I_a$  le courant total qui se développe dans l'anneau induit,  $I_b$  la portion dérivée de ce courant qui traverse le circuit inducteur,  $I_x$  la portion qui parcourt le circuit extérieur;  $a$  la résistance de l'anneau,  $b$  celle des bobines inductrices; enfin, soit  $E$  la force électromotrice totale et  $e$  la différence du potentiel aux points où le conducteur dérivé se sépare du circuit général.