

( 1485 )

» D'après la transcription, la théorie de la Lune remplirait 27 à 28 feuilles du format in-8°.

» Je joindrais volontiers la transcription au manuscrit original, si l'on se décidait un jour à entreprendre la publication. »

» Le manuscrit de M. Biot sera déposé à la Bibliothèque de l'Institut. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la planète* (16) *Psyché, faites avec l'équatorial coudé*  
par M. PÉRIGAUD, présentées par M. Lœwy.

Dates 1883.	Étoiles.	Temps moyen de Paris.	Ascens. droite apparente.	Correction de l'éphé- méride <sup>(1)</sup> .	Déclinaison apparente.	Correction de l'éphé- méride <sup>(1)</sup> .	Nombre de compar.
		<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup>	<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup>	<sup>s</sup>	<sup>°</sup> <sup>'</sup> <sup>''</sup>	<sup>''</sup>	
Mai 7.....	a	9.39.13	14.32. 6,47	+1,18	-10.33'.15'',3	- 9,7	2
9.....	b	10. 9.57	14.30.31,65	+0,82	-10.25'.29,6	-10,8	4
12.....	c	9.25.25	14.28.15,91	+1,18	-10.14'.26,3	- 9,7	5
15.....	d	9. 0.58	14.26. 3,10	+0,81	-10. 3.55,5	-10,7	4
16.....	e	9.12.49	14.25.19,46	+0,81	-10. 0.30,0	-10,3	5

*Positions des étoiles de comparaison.*

Étoiles.	Ascension droite moy. 1883,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moy. 1883,0.	Réduction au jour.	Autorité.
	<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup>	<sup>s</sup>	<sup>°</sup> <sup>'</sup> <sup>''</sup>	<sup>''</sup>	
a 26882 L.9....	14.39.59,09	+3,17	-10.35'.51'',1	-10'',1	2 obs. mér.
b 26506 L.9....	14.25.54,57	+3,16	-10.25'. 2,0	-11,0	2 obs. mér.
c 26506 L.9....	14.25.54,57	+3,16	-10.25'. 2,0	-11,0	Id.
d 26437 L.8....	14.23.14,89	+3,17	-10. 2.38,0	-11,0	3 obs. mér.
e 26437 L.8....	14.23.14,89	+3,17	-10. 2.38,0	-11,0	Id.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions fuchsiennes.*

Note de M. H. POINCARÉ, présentée par M. Hermite.

« 1. Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, le 18 avril 1881, j'ai fait voir qu'on peut toujours construire une fonction fuchsienne  $F(z)$  qui peut prendre toutes les valeurs possibles, excepté  $n$  valeurs données  $a_1, a_2, \dots, a_n$  qui sont toutes situées sur un même cercle (je supposerai, par exemple, que le module de ces  $n$  quantités soit égal à 1). Il est très important de déterminer effectivement cette fonction et de savoir calculer, avec une approximation indéfinie, les coefficients de son groupe  $G$ , puisque c'est là la première opération qu'on doit faire quand on veut inté-

(1) *Jahrbuch* de Berlin.

grer une équation linéaire. Voici un moyen d'arriver à ce résultat. Supposons le problème résolu.

» La fonction  $F(z)$  donne la représentation conforme sur un cercle d'un certain polygone curviligne  $R_0$ , et l'intérieur du cercle fondamental se trouve divisé en une infinité de polygones  $R_0, R_1, \dots$ , tous congruents ou symétriques à  $R_0$ . Réunissons un certain nombre de polygones  $R_0, R_1, \dots, R_p$  pour former un polygone total  $S$ . Il y aura une fonction fuchsienne  $\varphi(z)$  qui donnera la représentation conforme de  $S$  sur un cercle; son groupe sera contenu dans  $G$ , et nous aurons identiquement

$$F = H(\varphi),$$

$H$  étant l'algorithmme d'une fonction rationnelle. Il est d'ailleurs aisé de calculer les coefficients de  $H$  quand on connaît les nombres  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , et la disposition relative des polygones  $R_0, R_1, \dots, R_p$ . On peut donc calculer  $\varphi$  en fonction de  $P$ .

» On peut prendre  $S$  assez grand pour que le cercle concentrique au cercle fondamental, et qui a pour rayon  $1 - \alpha$ , soit tout entier à l'intérieur de  $S$ . On a alors

$$\text{mod } \frac{z}{1-\alpha} > \text{mod } \varphi > \text{mod } z,$$

d'où

$$\lim \text{mod } \varphi = \text{mod } z \quad (\text{pour } \alpha = 0).$$

» Soient  $z_1, z_2, \dots, z_q$  les transformées de  $0$  par diverses substitutions de  $G$ ; nous pourrions calculer par ce procédé  $\text{mod } z_1, \text{mod } z_2, \dots, \text{mod } z_q$ , ce qui suffit pour déterminer  $G$ .

» 2. Soit  $\gamma$  une intégrale d'une équation linéaire à coefficients rationnels en  $x$ . Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, le 8 août 1881, j'ai fait voir que l'on peut trouver une fonction fuchsienne  $F(z)$  telle qu'en substituant  $F(z)$  à la place de  $x$ ,  $\gamma$  devienne fonction uniforme de  $z$ . Mais il y a une infinité de manières d'obtenir le même résultat, ainsi que le prouvent les travaux ultérieurs de M. Klein et les miens. Ainsi l'on peut trouver une fonction fuchsienne  $\varphi(t)$  plus simple que  $F(z)$ , et telle qu'en substituant  $\varphi(t)$  à la place de  $x$ ,  $\gamma$  devienne une fonction uniforme de  $t$ . On aura d'ailleurs

$$t = \psi(z),$$

$\psi(z)$  étant une fonction uniforme de  $z$ , qui demeure inaltérée par un

groupe  $g$  formé d'une infinité de substitutions linéaires

$$\left( z, \frac{\alpha_i z + \beta_i}{\gamma_i z + \delta_i} \right).$$

» Voici un moyen de former  $t$  en fonction de  $z$  et de démontrer, en même temps, au moins dans la grande majorité des cas, l'existence de la fonction  $\varphi(t)$ . Nous aurons

$$\log \text{mod } t = \sum_i \log \text{mod } \frac{\alpha_i z + \beta_i}{\gamma_i z + \delta_i}$$

et

$$(2) \quad \log \text{mod } t = \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \sum_{n=0}^{\infty} (u_n - u_{n-1}).$$

Voici ce que c'est que  $u_n$ . Supposons que  $C_1, C_2, \dots, C_n$  soient des contours s'enveloppant mutuellement et intérieurs au cercle fondamental,  $u_n$  sera la partie réelle d'une fonction  $\varphi_n$  dont la partie réelle est nulle le long de  $C_n$ , et qui reste finie à l'intérieur de ce contour, excepté aux points où  $\alpha_i z + \beta_i = 0$ , et où la différence  $\varphi_n - \log \frac{\alpha_i z + \beta_i}{\gamma_i z + \delta_i}$  reste finie.

» Sauf dans certains cas exceptionnels, on peut démontrer la convergence des séries (1) et (2).

» 3. Les mêmes principes et le beau théorème de M. Schwarz (*Monatsberichte*, octobre 1870) permettent de démontrer la proposition suivante, qui peut présenter quelque intérêt à cause de sa généralité :

» Soit  $y = f(x)$  une fonction non uniforme de  $x$ , d'ailleurs quelconque. On peut toujours trouver une variable  $z$ , telle que l'on ait

$$y = \varphi(z), \quad x = \psi(z),$$

$\varphi$  et  $\psi$  étant deux fonctions uniformes de  $z$ , n'existant qu'à l'intérieur d'un cercle. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur la théorie des intégrales eulériennes.

Note de M. BOURGUET, présentée par M. Hermite.

« Dans une précédente Communication, j'ai fait voir que  $P(a) = 0$  a une racine réelle dans le voisinage de chaque pôle, excepté les pôles 0, -1, -2, -3, -4.

» Cette même équation a-t-elle des racines imaginaires ?