déjà d'un grand secours pour ceux qui sont habitués au calcul, car ils n'auront plus maintenant à résoudre que les trois premières équations.

» Ensuite, j'ai calculé et conduit assez loin des Tables à double entrée, arguments t et δ, pour qu'on n'eût plus même d'équation à résoudre et qu'il suffît de regarder dans ces Tables les azimuts et les hauteurs en regard des angles horaires et des déclinaisons.

» Mais je me suis aperçu que, pour certaines valeurs de la déclinaison, les azimuts variaient de quantités considérables, ne permettant pas l'interpolation. J'ai eu alors recours à M. Tisserand, lui demandant de vouloir bien regarder mon travail et me donner un conseil. J'espère, avec ses précieuses indications, mener à bonne fin ce qui est commencé et faire un jour hommage à l'Académie de ces Tables, qui auront une certaine utilité.

» En attendant, je prie l'Académie de vouloir bien accepter les Tables des valeurs auxiliaires, qui permettent de réduire le travail de transformation à la résolution des trois premières équations, ainsi que les calculs qui ont servi à les établir. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« Supposons qu'on veuille étudier les intégrales d'une équation linéaire dans le voisinage d'un point singulier; nous pouvons toujours supposer que ce point a été rejeté à l'infini et qu'on étudie les intégrales de l'équation

$$(1)\qquad P_n\frac{d^n y}{dx^n}+P_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\ldots+P_1\frac{dy}{dx}+P_0 y=0$$

pour les valeurs très grandes de x. Nous supposerons que les coefficients P sont des polynômes entiers en x. Si les degrés de ces polynômes vont constamment en croissant avec leur indice, les intégrales sont régulières et peuvent se développer suivant les puissances décroissantes de x, entières ou non entières. Il n'y a pas alors de difficultés, mais il n'en est plus de même lorsque les intégrales deviennent irrégulières.

» Il peut arriver aussi que l'équation (1) admette une intégrale de la forme suivante

$$(2)\qquad e^{Q_p}x^\lambda\varphi(x),$$

Q_p étant un polynôme de degré p en x, λ étant une constante et $\varphi(x)$ une série ordonnée suivant les puissances décroissantes de x. On dit alors que l'équation possède une intégrale normale d'ordre p.

» Il arrive, en général, que l'équation est satisfaite *formellement* par n séries de la forme (2), mais que ces séries, étant divergentes, ne peuvent représenter des intégrales. On peut dire encore que ces séries divergentes sont des séries normales d'ordre p. L'objet de la présente Note est de montrer quelle est la véritable signification de ces séries divergentes.

» Lorsque tous les polynômes P sont de même degré, ou si aucun d'eux n'est de degré plus élevé que P_n, l'équation est satisfaite par n séries normales du premier ordre. C'est à ce cas simple que s'appliquent les résultats d'un Mémoire que j'ai fait imprimer dans l'*American Journal of Mathematics*. On peut alors, par la transformation de Laplace, mettre l'intégrale de (1) sous la forme

$$y = \int e^{zx} \varphi \, dz,$$

φ étant une fonction de z qui satisfait à une équation linéaire (3) de même forme que (1).

» Des résultats du Mémoire que je viens de citer on déduit aisément les propositions suivantes :

» 1° Pour que l'une des séries normales soit convergente, c'est-à-dire pour que l'équation (1) admette une intégrale normale, il faut et il suffit que l'équation (3) admette une intégrale égale à une puissance de $z - a$ multipliée par une fonction entière transcendante.

» 2° Si S est une des séries normales divergentes, si λ_n en est le $n^{\text{ième}}$ terme, et si S_n est la somme des n premiers termes, l'équation (1) admettra une intégrale J, telle que

$$\lim \frac{1}{\lambda_n^n}(J - S_n) = 0,$$

quand x tend vers l'infini avec un argument donné. Cette intégrale existera quel que soit cet argument; mais il pourra se faire que l'intégrale J, qui jouit de cette propriété, ne soit pas la même pour les différents arguments.

» Ce fait analytique est tout à fait analogue à celui qui se présente dans l'étude de la série de Stirling.

» Le cas le plus simple, après celui que nous venons d'étudier, est celui où toutes les séries normales sont du second ordre au plus, c'est-à-dire où le degré de chacun des polynômes P n'est jamais supérieur de plus d'une unité au degré du polynôme qui le précède immédiatement.

» Soit $\psi(x)$ une intégrale quelconque de l'équation (1). Posons

$$u = \psi(x)\,\psi(-x), \quad x^2 = t.$$

» Il arrive alors que u, regardée comme fonction de t, satisfait à une équation linéaire d'ordre n^2, qu'il est aisé de former, et dont les coefficients sont des polynômes entiers en t. On s'assure facilement que les séries normales qui y satisfont formellement sont toutes du premier ordre. On est donc ainsi ramené au cas précédent, et l'on peut exprimer u, grâce à la transformation de Laplace, par une intégrale définie.

» Quant à $y = \psi(x)$, cette fonction se calculera à l'aide de l'équation

$$y' = y\mathrm{F},$$

F étant une fonction rationnelle de x, de u et de ses premières dérivées; on obtiendra donc y, dès que l'on connaîtra u, par de simples quadratures.

» Il resterait à étendre ces résultats au cas général et à examiner divers cas d'exception; ce sera, si l'Académie veut bien le permettre, l'objet d'une autre Communication. »

PHYSIQUE. — *Sur la compressibilité des fluides.* Note de M. E. Sarrau, présentée par M. Cornu.

« 1. M. Clausius a proposé, pour l'acide carbonique, la relation suivante entre la pression p, le volume v et la température absolue T ([1]),

$$(1) \qquad p = \frac{\mathrm{RT}}{v - \alpha} - \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{T}(v + \beta)^2}.$$

J'ai montré ([2]), en m'appuyant sur les expériences de M. Amagat, que la même formule convenait à d'autres gaz et j'en ai déduit pour ces gaz, antérieurement aux expériences de MM. Wroblewski et Olszewski, les éléments approchés du point critique. Mais ces résultats ne constituent qu'une approximation, à laquelle il n'est pas permis de s'arrêter quand on veut étudier toutes les circonstances de la compressibilité des fluides et vérifier notamment la corrélation qui, suivant M. Clausius ([3]), existe entre l'équation caractéristique du corps et les lois qui régissent sa vapeur saturée; l'im-

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXX, p. 372.

([2]) *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 639, 718 et 845.

([3]) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXX, p. 437.