au texte dans les différents manuscrits. Ce livre, tel qu'il vient de paraître, ne me semble pas tout à fait indigne d'être présenté à l'Académie des Sciences de Paris. C'est ce que je fais aujourd'hui, au nom de l'*Académie des Sciences de Turin* et au mien.

» Les savants et les érudits vont désormais pouvoir étudier ce précieux monument scientifique de l'antiquité. On y rencontrera sans doute des points très faibles, à côté d'intuitions, d'expériences ou de propositions étonnantes; mais on y puisera, malgré tout, la conviction que Ptolémée a été un heureux et habile précurseur de cette *École expérimentale* dont Léonard de Vinci et Galilée ont été, dans les temps modernes, les véritables fondateurs. »

M. Marcel Deprez prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à la place vacante dans la Section de Mécanique.

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires.* Note de M. H. Poincaré, présentée par M. Hermite.

« Dans une Note que j'ai eu l'honneur de communiquer à l'Académie le 9 novembre dernier, j'ai montré que, si les séries normales qui satisfont formellement à une équation linéaire sont toutes du premier ordre, elles présentent, lors même qu'elles sont divergentes, les mêmes particularités que la série de Stirling. J'ai fait voir ensuite par quelle transformation on peut ramener le cas où ces séries sont toutes du second ordre à celui où elles sont toutes du premier.

» L'emploi de cette transformation et l'application de certains principes relatifs à l'usage légitime des séries analogues à celle de Stirling permettent de démontrer les résultats suivants :

» 1° Pour que l'une des séries normales soit convergente, il faut et il suffit qu'une équation auxiliaire, facile à former, admette une intégrale égale à une puissance de $z - a$ multipliée par une fonction holomorphe dans tout le plan.

» 2° Si S_n désigne la somme des n premiers termes d'une série normale divergente et si λ_n désigne le $n^{\text{ième}}$ terme, l'équation linéaire à laquelle cette série normale satisfait formellement admettra une intégrale J telle que

$$\lim \frac{J - S_n}{\lambda_n} = 0$$

quand x tend vers l'infini avec un argument donné.

» Les résultats sont, comme on le voit, tout à fait analogues à ceux que nous avons obtenus lorsque les séries sont toutes du premier ordre. Ils peuvent d'ailleurs s'étendre au cas général.

» Soit, en effet, $y = \varphi(x)$ une fonction définie par une équation d'ordre n à laquelle satisfont formellement n séries normales d'ordre p. Nous poserons

$$u = \varphi(x)\varphi(\alpha x)\ldots\varphi(\alpha^{p-1}x), \quad t = x^p,$$

α étant une racine $p^{\text{ième}}$ de l'unité. Alors u, regardé comme fonction de t, satisfera à une équation linéaire facile à former et à laquelle ne satisferont que des séries normales du premier ordre. On pourra alors exprimer u par une intégrale définie à l'aide de la transformation de Laplace.

» Quant à y, on l'obtiendra à l'aide de l'équation

$$\frac{dy}{dx} = y\mathrm{F},$$

F étant une fonction rationnelle de x, de u et de ses premières dérivées.

» On retrouve donc dans le cas général les résultats que nous avons rencontrés dans les cas particuliers déjà examinés.

» Il peut cependant y avoir un cas d'exception : c'est celui où l'ordre de l'équation auxiliaire qui donne u en fonction de t s'abaisserait d'une ou de plusieurs unités. Il arriverait alors que $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}$ ne serait plus égal à une fonction rationnelle, mais à une fonction algébrique de x, de u et de ses dérivées. L'analyse se poursuivrait d'ailleurs comme dans le cas général.

» Ce cas exceptionnel se rencontre en particulier dans les circonstances suivantes : il arrive quelquefois qu'on ne peut pas trouver n séries normales satisfaisant formellement à une équation linéaire donnée. M. Fabry, dans une Thèse remarquable récemment soutenue devant la Faculté des Sciences de Paris, a montré qu'on peut alors, par une transformation simple, ramener l'équation proposée à une autre susceptible d'être satisfaite par n séries normales. L'équation, ainsi transformée, présentera alors la particularité que je viens de signaler.

» Il résulte donc des considérations qui précèdent que les séries de M. Thomæ, qui satisfont formellement à une équation différentielle linéaire, représentent, même lorsqu'elles sont divergentes, les intégrales de cette équation absolument de la même façon que la série de Stirling représente la fonction $\frac{\mathrm{F}'(x)}{\mathrm{F}(x)}$. »