PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réflexion métallique*. Note de M. **H. Poincaré**.

« Je crois devoir expliquer en quelques mots pour quelles raisons, malgré les Notes récentes de M. Cornu et de M. Potier, je persiste dans mon scepticisme sur le caractère décisif de la remarquable expérience de M. Wiener. La question est maintenant circonscrite de la façon suivante : est-il certain que, sous l'incidence normale, tout plan réfléchissant soit un plan nodal? Dans le cas de la réflexion vitreuse, il est aisé de voir que, sur la surface réfléchissante, on a un nœud avec la théorie de Fresnel et un ventre avec celle de Neumann; mais M. Potier croit pouvoir démontrer que, dans le cas de la réflexion métallique, et particulièrement dans le cas des métaux dont le pouvoir réflecteur est très considérable, les deux théories seraient d'accord pour exiger la présence d'un nœud à la surface réfléchissante.

» L'expérience montre que, sous l'incidence normale, le pouvoir réflecteur de l'argent est très voisin de 1; nous ne nous écarterons donc pas beaucoup de la réalité, dit M. Potier, en lui attribuant un pouvoir réflecteur rigoureusement égal à 1. Cette sorte de passage à la limite serait légitime dans tout raisonnement où l'on n'appliquerait pas le principe de continuité, fondement commun des théories de Fresnel et de Neumann; mais il cesse de l'être dès que ce principe joue un rôle, parce que la limite d'une fonction continue peut très bien être une fonction discontinue; il en résulte que telle loi de réflexion, compatible avec le principe de continuité quand le pouvoir réflecteur est extrêmement voisin de 1, cesse de l'être quand ce pouvoir devient rigoureusement égal à 1.

» Il est donc nécessaire de faire le calcul complètement, et ce calcul complet m'a conduit à des résultats opposés à ceux de M. Potier. On ne s'en étonnera pas; car il serait singulier que la réflexion métallique, phénomène complexe et mal connu, nous permît de conclure là où la réflexion vitreuse, que nous connaissons beaucoup mieux, nous aurait laissés dans le doute.

» Bornons-nous au cas de l'incidence normale. L'équation du mouvement, réduite à ses termes principaux, s'écrit, dans la théorie de Fresnel,

$$a\frac{d^2\xi}{dt^2}+b\frac{d\xi}{dt}=\frac{d^2\xi}{dz^2} \tag{1}$$

et, dans celle de Neumann,

$$(2) \qquad \frac{d^2\xi}{dt^2} = \frac{d}{dz}\left(\alpha\frac{d\xi}{dz} + \beta\frac{d^2\xi}{dz\,dt}\right).$$

a, b, α et β sont des fonctions de z constantes dans chacun des deux milieux, air et métal, et variant très rapidement dans la couche de passage qui les sépare.

» Nous pourrons écrire

$$\xi = \text{partie réelle de } \xi_0 e^{ipt},$$

p étant un nombre dépendant de la période et égal à $\frac{2\pi}{\tau}$ et ξ_0 une fonction imaginaire de z. Dans l'air, où l'on a $b = 0$ (ou $\beta = 0$ dans la théorie de Neumann), nous poserons

$$\lambda = p\sqrt{a} \qquad \left(\text{ou} \quad \lambda = \frac{p}{\sqrt{\alpha}}\right).$$

Dans le métal, nous poserons

$$\mu = \sqrt{-ap^2 + bip} \qquad \left(\text{ou} \quad \mu = \sqrt{\frac{-p^2}{\alpha + \beta ip}}\right)$$

en choisissant le signe du radical de façon que la partie réelle de μ soit négative.

» On aura, dans l'air,

$$(3) \qquad \xi_0 = e^{-i\lambda z} + B e^{+i\lambda z}$$

et, dans le métal,

$$\xi_0 = C e^{\mu z}.$$

» Le premier terme du second membre de (3) correspond au rayon incident et le second au rayon réfléchi. Le nombre B est un nombre imaginaire dont le carré du module représente le pouvoir réflecteur et dont l'argument représente la différence de phase due à la réflexion.

» Le calcul montre que, dans la théorie de Fresnel,

$$\xi_0 \quad \text{et} \quad \frac{d\xi_0}{dz}$$

et, dans celle de Neumann,

$$\xi_0 \quad \text{et} \quad (\alpha + \beta ip)\frac{d\xi_0}{dz}$$

doivent être continus.

» On en déduit

$$B = \pm \frac{\mu + i\lambda}{i\lambda - \mu};$$

le signe $+$ correspond à la théorie de Fresnel et le signe $-$ à celle de Neumann.

» Les coefficients a, b, α, β étant positifs, le point B sera, dans l'un et l'autre cas, contenu à l'intérieur d'un segment limité par une droite et par un arc de cercle ayant pour extrémités communes les points ± 1 et se coupant à 45°.

» Pour que le pouvoir réflecteur devienne égal à 1, il faut que $|B| = 1$ et, par conséquent, que

$$B = \pm 1.$$

» On obtiendra ces deux points en faisant $\mu = 0$ ou $\mu = -\infty$; la première de ces deux hypothèses devant évidemment être rejetée, nous

dont l'indice de réfraction serait nul; le cas $\mu = -\infty$ serait celui d'un milieu absolument opaque.

» Or, si l'on fait $\mu = -\infty$, on trouve $B = -1$ dans la théorie de Fresnel (ce qui est conforme au résultat de M. Potier) et $B = 1$ dans celle de Neumann (ce qui donnerait une différence de phase égale à 0, c'est-à-dire un ventre).

» Dans la théorie de Neumann on a, dans l'air,

$$\xi_0 = e^{i\lambda z} + \frac{\mu + i\lambda}{\mu - i\lambda} e^{-i\lambda z}$$

et, dans le métal,

$$\xi_0 = \left(1 + \frac{\mu + i\lambda}{\mu - i\lambda}\right) e^{\mu z}.$$

» La fonction ξ_0 est donc continue, quelque grand que soit $-\mu$; mais si l'on fait $\mu = -\infty$, il vient, dans l'air,

$$\lim \xi_0 = 2 \cos \lambda z$$

et, dans le métal,

$$\lim \xi_0 = 0,$$

et la fonction $\lim \xi_0$ est discontinue; ce qui met en évidence le point faible

» L'équation (1) correspond aux hypothèses suivantes :

» 1° La vibration est perpendiculaire au plan de polarisation;

» 2° L'élasticité de l'éther est constante;

» 3° L'absorption de la lumière par le métal est due à une résistance proportionnelle à la vitesse des molécules d'éther.

» L'équation (2) correspond aux hypothèses suivantes :

» 1° La vibration est parallèle au plan de polarisation ;

» 2° La densité de l'éther est constante ;

» 3° L'absorption de la lumière serait due à une résistance qui suivrait les mêmes lois que le frottement intérieur des liquides et qui dépendrait, par conséquent, non de la vitesse absolue des molécules d'éther (ou de leur vitesse relative par rapport aux molécules matérielles supposées sensiblement fixes), mais de la vitesse relative des molécules d'éther les unes par rapport aux autres.

» Cette hypothèse est plus compliquée que la précédente, et c'est là un argument des plus sérieux en faveur de la théorie de Fresnel, argument complètement indépendant d'ailleurs de l'expérience de M. Wiener. Mais il perd une partie de sa valeur si l'on réfléchit à ce qui suit :

» Les deux systèmes d'hypothèses que je viens d'énoncer rendent également compte des phénomènes de la réflexion métallique, même sous incidence oblique, *mais seulement pour une lumière homogène*. Si l'on veut expliquer la manière dont les constantes dépendent de la longueur d'onde, il faut recourir à des hypothèses beaucoup plus compliquées encore et l'on est moins frappé alors de la simplicité du système de Fresnel.

» Je termine en rappelant que mon scepticisme est tout relatif, ainsi que je l'ai expliqué dans ma première Note. Si je ne crois pas que la question puisse être tranchée avec la même netteté, par exemple, que celle de la transversalité des vibrations, si je considère comme trompeuses les espérances que l'expérience de M. Wiener avait pu faire concevoir à cet égard, j'estime qu'il peut y avoir des raisons qui tendent à faire pencher la balance dans un sens ou dans l'autre; il est remarquable que toutes ces raisons concourent à faire adopter les vues de Fresnel.

» Je viens de donner moi-même, quelques lignes plus haut, un argument nouveau en faveur de la théorie de Fresnel; la Note de M. Carvallo, que j'ai eu l'honneur de présenter lundi dernier à l'Académie, en contenait un autre. Mais le plus sérieux de tous reste celui qui est tiré du phénomène de l'aberration et de l'expérience célèbre de M. Fizeau. »