Tome XI. Samedi 5 Juin 1897. 4e Année. — N° 24.

L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

LA THÉORIE DE LORENTZ ET LES EXPÉRIENCES DE ZEEMAN

Pour bien faire comprendre l'explication donnée par Zeeman de ses curieuses expériences (1), je dois d'abord rappeler en quelques mots les principes fondamentaux de la théorie de Lorentz.

Voici quelles sont les hypothèses faites par Lorentz : les charges électriques sont portées par des molécules matérielles dont elles sont inséparables ; la charge de chacune de ces molécules est constante et la distribution en est invariable. Tous les changements qui surviennent dans un champ électrique sont dus aux déplacements de ces molécules qui transportent avec elles leurs charges.

Un conducteur électrisé positivement, c'est un conducteur à l'intérieur duquel se trouvent plus de molécules chargées positivement que de molécules chargées négativement.

Les courants électriques sont dus au mouvement des particules chargées qui se déplacent à travers la masse du conducteur; c'est un véritable courant de matière électrisée ; et un corps est d'autant meilleur conducteur qu'il oppose moins de résistance au mouvement de ces particules.

En d'autres termes, les courants qui traversent un conducteur métallique se propageront par le même mécanisme que ceux qui traversent un électrolyte ; les molécules ou particules à charge invariable se comporteront tout-à-fait de la même manière que les ions, et nous leur donnerons désormais le nom d'ions.

Qu'est-ce maintenant qu'un diélectrique ? La masse des diélectriques est parsemée d'ions comme celle des conducteurs. Mais chacun de ces ions, au lieu de pouvoir se déplacer librement à l'intérieur du diélectrique, ne peut s'écarter que très peu de sa position d'équilibre. Dès qu'il s'en éloigne, une force antagoniste due à l'action des ions voisins tend à l'y ramener ; cette force est proportionnelle à l'écart, si cet écart est petit.

Quand le diélectrique est placé dans un champ électrique, la force électrique extérieure tend à éloigner l'ion de sa position d'équilibre et il s'en écarte légèrement jusqu'à ce que cette force extérieure soit contrebalancée par l'attraction des ions voisins qui tend à ramener l'ion dans sa position d'équilibre primitive.

En d'autres termes le diélectrique se polarise.

(1) Voir dans la *Revue des Sociétés Savantes* de ce numéro, la traduction du Mémoire de ZEEMAN et les notes de EGOROFF et GEORGIEWSKI.

Une analyse qui ne diffère pas essentiellement de celle à laquelle conduit l'hypothèse de Poisson et de Mossotti montre que la « polarisation du diélectrique » est proportionnelle à l'intensité du champ extérieur. On retombe donc sur les formules bien connues de la théorie des diélectriques.

On remarquera qu'il n'y a plus, dans ce système, de courants de conduction ; il n'y a plus que deux sortes de courants, les courants de convection et les courants de déplacement. Les courants de conduction ordinaires, sont de simples courants de convection. Dans le vide, les courants de déplacement de la nouvelle théorie sont identiques à ceux de Maxwell ; mais il n'en est plus de même dans les diélectriques autres que le vide : le courant de déplacement de Maxwell se trouve décomposé en deux composantes : la première composante est un courant de déplacement, elle est égale à ce que serait le courant de Maxwell si le pouvoir diélectrique était égal à un ; la seconde composante est un courant de convection dû aux déplacements très petits des ions dans l'intérieur du diélectrique.

On supposera généralement que dans les courants qui traversent les conducteurs métalliques, on a un double courant, l'un d'ions positifs se déplaçant dans un sens, l'autre d'ions négatifs se déplaçant en sens contraire.

Comment M. Lorentz a-t-il réduit ces hypothèses en équations ? Pour les équations du champ électromagnétique, il a adopté tout simplement les équations de Maxwell ; en dehors des particules chargées, ses équations sont identiques à celles de Maxwell *dans le vide;* à l'intérieur des particules chargées, ce sont les mêmes équations avec le terme complémentaire qui représente le courant de convection dû au mouvement des ions.

Soient α, β, γ, les composantes de la force magnétique, f, g, h celles du déplacement électrique, $d\tau$ un élément de volume d'un ion, ξ, η, ζ les composantes de sa vitesse, $\rho\, d\tau$ la charge électrique de l'élément $d\tau$; enfin V la vitesse de la lumière.

Les équations s'écriront :

$$\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}=4\pi\left(\rho\xi+\frac{df}{dt}\right), \tag{1}$$

$$4\pi V^2\left(\frac{dg}{dz}-\frac{dh}{dy}\right)=\frac{d\alpha}{dt}, \tag{2}$$

avec les équations qu'on peut en déduire par permutation circulaire des axes.

En dehors des ions, ρ est nul : on n'a plus dans le second membre de (1) que le courant de déplacement $\frac{df}{dt}$, et on retombe sur les équations de Maxwell dans le vide ; à l'intérieur d'un ion, il faut dans le second membre de (1) ajouter au courant de déplacement le courant de convection $\rho\xi$.

Les particules étant des solides invariables et emportant leurs charges avec elles, on aura :

$$\frac{d\rho\xi}{dx}+\frac{d\rho\eta}{dy}+\frac{d\rho\zeta}{dz}+\frac{d\rho}{dt}=0;$$

de sorte qu'on pourra déduire des équations (1)

$$\frac{df}{dx}+\frac{dg}{dy}+\frac{dh}{dz}=\rho.$$

Il faut, pour achever de mettre le problème en équations, chercher la force qui agit sur un ion.

Dans le champ électromagnétique, règnent deux forces :

1° Une force électrique dont les composantes sont :

$$4\pi V^2 f, \quad 4\pi V^2 g, \quad 4\pi V^2 h;$$

2° Une force magnétique dont les composantes sont :

$$\alpha, \quad \beta, \quad \gamma.$$

L'élément $d\tau$ de l'ion porte une charge électrique $\rho\, d\tau$; de plus cette charge est en mouvement, d'où résulte un courant de convection dont les composantes sont :

$$\rho\xi d\tau, \quad \rho\eta d\tau, \quad \rho\zeta d\tau.$$

La force électrique agit électrostatiquement sur cette charge, et en même temps la force magnétique agit électrodynamiquement sur ce courant de convection; de sorte que la force mécanique totale qui agit sur l'élément $d\tau$ aura pour projection sur l'axe des x :

$$4\pi V^2 \rho f d\tau + \rho d\tau (\eta\gamma - \zeta\beta).$$

Des équations ainsi obtenues M. Lorentz déduit aisément les lois élémentaires de l'électrostatique et de l'électrodynamique, ainsi que celles de l'optique.

Une chose remarquable, c'est la facilité avec laquelle il rend compte des phénomènes qui se rattachent à l'aberration astronomique et à l'entraînement de l'éther par la matière en mouvement.

J'ai déjà eu l'occasion de traiter ce sujet dans un article antérieur à propos de la théorie de Larmor [1].

J'ai montré que de toutes les théories proposées jusqu'ici la théorie de Lorentz est celle qui rend le mieux compte des faits ; mais que son inconvénient, c'est qu'elle n'est pas d'accord avec le principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Je n'ai pas à revenir ici sur tous ces points.

Je veux, en effet, me borner à ce qui concerne les expériences de Zeeman et pour cela je dois insister sur le mécanisme de l'émission de la lumière d'après les idées de Lorentz.

Une particule chargée en mouvement excite autour d'elle un champ électromagnétique, et ce champ que Lorentz commence par étudier se compose en réalité de deux parties : un champ électrostatique constant qui existe déjà quand la particule est au repos et qui est due aux actions électrostatiques de la particule; ce champ constant ne jouera d'ailleurs aucun rôle.

La seconde partie est le champ électromagnétique variable qui est produit par le mouvement de la particule. Ce champ variable, ce n'est pas Lorentz qui l'a étudié le premier; reportons-nous, en effet, au mémoire de Hertz intitulé « die Kräfte elektrischer Schwingungen behandelt nach der Maxwellschen Theorie [1] » Dans ce mémoire, Hertz calcule par un procédé très ingénieux le champ produit par son excitateur; mais, pour plus de simplicité, il fait le calcul comme si la longueur de cet excitateur était infiniment petite, comme si par conséquent le phénomène oscillatoire dont cet excitateur est le siège se réduisait au transport d'une certaine masse d'électricité d'une extrémité à l'autre de l'excitateur; c'est-à-dire (puisque ces extrémités sont supposées infiniment rapprochées) à des oscillations de très petite amplitude.

Hertz arrive ainsi à des formules très simples.

Eh bien, le problème traité par Lorentz est tout à fait le même. Si on considère un élément $d\tau$ d'un ion, et que cet élément exécute des oscillations infiniment petites, le champ qu'il produira sera tout à fait identique à celui que produit l'excitateur infiniment petit traité dans le mémoire de Hertz que je viens de citer.

Il suffit de comparer entre eux les champs dus aux différents éléments $d\tau$ dont se compose l'ion.

Quelle sera maintenant la force qui agira sur cet ion ?

Il sera d'abord soumis à la force électrique et à la force magnétique dues au champ qu'il excite par son propre mouvement.

Je dis d'abord que je peux négliger l'effet de la force magnétique ; car cette force est proportionnelle à l'amplitude des oscillations de l'ion, laquelle amplitude est très petite ; d'autre part le courant de convection est également proportionnel à cette amplitude. L'effet mécanique de la force magnétique est proportionnel lui-même au produit de cette force par le courant de convection sur lequel elle agit, c'est-à-dire proportionnelle au carré de l'amplitude. Elle est donc négligeable. Reste la force électrique.

[1] *L'Éclairage Électrique*, t. V, p. 5 et 385, 1896.

[1] *Wiedemann's Annalen*, t. XXXVI, p. 1-22, décembre 1888. — *Œuvres complètes de Hertz*, p. 147. — *La Lumière Électrique*, t. XXXI, p. 589, 23 mars 1889.

Je ne puis reproduire ici tous les détails du calcul de Lorentz; mais il est aisé d'en comprendre la marche générale. Soit un élément $d\tau$ de l'ion. Le mouvement de cet élément produira en un point x, y, z du champ une certaine force électrique. La force électrique totale due à la composition de ces forces électriques partielles aura ses composantes proportionnelles à f, g, h.

Des équations (1) et (2) nous déduisons :

$$V^2\Delta f - \frac{d^2 f}{dt^2} = V^2 \frac{d\rho}{dx} + \frac{d\rho\xi}{dt}.$$

L'interprétation de cette équation est bien connue.

Le déplacement électrique total f sera la somme des déplacements électriques partiels dus au mouvement des différents éléments $d\tau$ de l'ion.

L'un de ces déplacements partiels sera :

$$\frac{A d\tau}{r},$$

où r représente la distance du point x, y, z à l'élément $d\tau$ et où A est la valeur de :

$$-\frac{1}{4\pi}\left(V^2 \frac{d\rho}{dx} + \frac{d\rho\xi}{dt}\right),$$

non pas à l'instant t, mais à l'instant $t - t_0$, t_0 étant le temps que met la lumière pour aller de $d\tau$ au point x, y, z.

Le déplacement total sera donc

$$f = \int \frac{A d\tau}{r},$$

On voit que la force électrique au point x, y, z dépend non pas de l'état de l'élément $d\tau$ à l'instant t, mais de l'état de l'élément $d\tau$ à l'instant $t - t_0$. On rapprochera cette analyse de celle que j'ai donnée dans mon ouvrage, *Les Oscillations Électriques*, p. 71.

Mais, ce que nous cherchons, c'est l'effet mécanique de la force électrique sur la particule ; nous devons donc supposer le point x, y, z à l'intérieur de l'ion, de même que l'élément $d\tau$; comme la particule est très petite, la distance de ces deux points et par conséquent le temps t_0 sera très petit, de sorte que nous pourrons écrire :

$$A = -\frac{1}{4\pi}\left(V^2 \frac{d\rho}{dx} + \frac{d(\rho\xi)}{dt}\right) - \frac{t_0}{4\pi}\left(V^2 \frac{d^2\rho}{dt\,dx} + \frac{d^2(\rho\xi)}{dt^2}\right).$$

Soit ρ_0 la densité électrique au point x, y, z quand la particule est dans sa position d'équilibre, soit u, v, w les composantes du déplacement de l'ion de telle façon que :

$$\xi = \frac{du}{dt}.$$

Comme chaque élément $d\tau$ emporte sa charge avec lui, et que nous pouvons négliger les carrés de u, v, w et de leurs dérivées, nous aurons :

$$\rho = \rho_0 - u\frac{d\rho_0}{dx} - v\frac{d\rho_0}{dy} - w\frac{d\rho_0}{dz},$$

et comme ρ_0 est indépendant du temps :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\xi\frac{d\rho_0}{dx} - \eta\frac{d\rho_0}{dy} - \zeta\frac{d\rho_0}{dz},$$

$$\frac{d^2\rho}{dt\,dx} = -\xi\frac{d^2\rho_0}{dx^2} - \eta\frac{d^2\rho_0}{dx\,dy} - \zeta\frac{d^2\rho_0}{dx\,dz},$$

et toujours en négligeant les carrés des ξ

$$\frac{d\rho\xi}{dt} = \rho_0\frac{d\xi}{dt}, \qquad \frac{d^2\rho\xi}{dt^2} = \rho_0\frac{d^2\xi}{dt^2}.$$

Si, mettant en évidence, le premier terme de A, nous posons :

$$A = A' + A''; \qquad A' = -\frac{V^2}{4\pi}\frac{d\rho}{dx},$$

nous voyons d'abord que A′ représente la force électrique due à l'attraction électrostatique de la charge de l'élément $d\tau$.

Le terme correspondant dans la force électrique totale sera l'attraction électrostatique due à la particule entière.

Le terme correspondant dans l'effet mécanique subi par la particule représentera encore l'attraction électrostatique de la particule sur *elle-même* ; il est donc nul.

Quant à A″, nous voyons que c'est une fonction linéaire de :

$$\xi, \quad \eta, \quad \zeta, \quad \frac{d\xi}{dt}, \quad \frac{d^2\xi}{dt^2}.$$

Il en sera donc de même de la force totale mécanique qui agira sur l'ion. Par raison de symétrie cette force ne pourra dépendre de η et de ζ, de sorte qu'elle aura pour expression :

$$a\xi + b\frac{d\xi}{dt} + c\frac{d^2\xi}{dt^2},$$

a, b et c, étant des constantes.

La particule sera de plus soumise à une force qui tendra à la ramener à sa position d'équilibre. Cette force due à l'attraction des particules voisines aura pour composantes $-ku$, $-kv$, $-kw$.

Enfin nous aurons la force d'inertie qui sera:

$$-m\frac{d^2u}{dt^2}, \quad -m\frac{d^2v}{dt^2}, \quad -m\frac{d^2w}{dt^2},$$

si m est la masse de l'ion.

Nous aurons donc pour l'équation du mouvement de l'ion :

$$a\frac{du}{dt} + (b+m)\frac{d^2u}{dt^2} + c\frac{d^3u}{dt^3} + ku = 0,$$

dont l'intégrale est de la forme.

$$u = Ce^{-\mu t}\cos\lambda t.$$

C'est l'équation d'un mouvement pendulaire amorti.

L'amortissement dépend des termes de degré impair :

$$a\frac{du}{dt} + c\frac{d^3u}{dt^3},$$

Cet amortissement ne peut pas ne pas exister. En effet la particule en vibrant transmet de l'énergie à l'éther ; c'est justement pour cela qu'elle émet de la lumière. Elle perd donc de l'énergie et son mouvement s'amortit.

Mais cet amortissement est très lent et nous pouvons négliger ces deux termes.

Quelle est maintenant la signification du coefficient b.

La particule ne peut se déplacer sans entraîner l'éther dans son mouvement, de sorte que la force vive totale se compose de la force vive de la particule elle-même et de la force vive de l'éther avoisinant (sous la forme d'énergie électrodynamique). Tout se passe donc comme si la masse de la particule était augmentée et égale à $b+m$ au lieu de m.

Qu'arrive-t-il maintenant quand la particule se meut dans un champ magnétique intense ?

A toutes les forces que nous venons d'énumérer, il faut adjoindre l'action de ce champ.

Je supposerai que le champ est uniforme et parallèle à l'axe des ζ et j'appellerai ω l'intensité du champ.

La force mécanique due à ce champ est aisée à évaluer.

Soient ξ, η, ζ les composantes du vecteur V_1 qui représente la vitesse de l'ion et qui sera proportionnel à celui qui représente le courant de convection.

Nous aurons un second vecteur V_2 qui représentera la force magnétique et qui sera parallèle à l'axe des ζ.

Nous avons enfin un troisième vecteur V_3 qui représentera l'action mécanique du champ sur le courant.

D'après les lois bien connues de l'action des aimants sur les courants, ce vecteur V_3 est perpendiculaire au plan de V_1 et de V_2 et proportionnel au parallélogramme construit sur V_1 et V_2.

On reconnaît là la construction de la force centrifuge composée de Coriolis. Si le vecteur V_1 représente la vitesse relative d'un point mobile, si le vecteur V_2 représente la rotation instantanée dans le mouvement d'entraînement, le vecteur V_3, construit comme je viens de le dire, représentera la force de Coriolis.

Reprenons les équations du mouvement de la particule, en négligeant les coefficients a et c qui correspondent à l'amortissement, et en supposant d'abord le champ magnétique extérieur nul.

Nous avons :

$$(b+m)\frac{d^2u}{dt^2} + ku = 0,$$

$$(b+m)\frac{d^2v}{dt^2} + kv = 0,$$

$$(b+m)\frac{d^2w}{dt^2} + kw = 0.$$

Ce sont les équations du mouvement d'un point attiré par un centre fixe proportionnellement à la distance. Les vibrations sont, comme on le sait, elliptiques et isochrones.

S'il y a un champ magnétique extérieur, nous devrons ajouter à ces équations des termes dont l'expression sera la même que celle de la force de Coriolis.

Nous aurons donc les équations du mouvement relatif d'un point attiré par un centre fixe proportionnellement à la distance; mouvement relatif, dis-je, par rapport à des axes animés d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe des z.

Nos équations deviendront :

$$(b+m)\frac{d^2u}{dt^2} - 2\varepsilon\frac{dv}{dt} + ku = 0,$$
$$(b+m)\frac{d^2v}{dt^2} + 2\varepsilon\frac{du}{dt} + kv = 0,$$
$$(b+m)\frac{d^2w}{dt^2} + kw = 0.$$

Le coefficient ε est proportionnel à l'intensité du champ magnétique.

Ces équations sont faciles à intégrer. Le mouvement de la particule peut être décomposé en trois autres :

1° Une vibration rectiligne parallèle à l'axe des z et dont la période est la même que si le champ n'existait pas ;

2° Une vibration circulaire droite dans un plan perpendiculaire à l'axe des z et dont la période sera plus grande que si le champ n'existait pas ;

3° Une vibration circulaire gauche dans un plan perpendiculaire à l'axe des z et dont la période sera plus petite que si le champ n'existait pas.

Je désignerai ces trois vibrations élémentaires par Ω_1, Ω_2, Ω_3.

Quel sera maintenant sur l'éther extérieur l'effet de cette vibration de la particule. Pour nous en rendre compte, nous n'avons qu'à appliquer les formules de Hertz qui nous font connaître le champ électromagnétique produit par les petites oscillations d'une charge électrique. Ces formules sont exposées dans le mémoire que j'ai cité plus haut.

Pour ce que j'en veux faire, je puis me contenter de l'énoncé suivant : en un point très éloigné de l'excitateur, la perturbation se propage par ondes planes ; le plan de l'onde est perpendiculaire à la droite qui joint l'excitateur au point considéré ; la vibration électrique est, à un facteur constant près, la projection sur le plan de l'onde, de l'oscillation excitatrice.

Nous devrons donc projeter sur le plan de l'onde les trois vibrations Ω_1 Ω_2 Ω_3.

La projection de Ω_1 sera toujours rectiligne et sa direction sera parallèle à la projection de l'axe des z sur le plan de l'onde.

La projection de Ω_2 ou de Ω_3 sera généralement elliptique. Elle deviendra circulaire si le plan de l'onde est perpendiculaire à l'axe des z ; elle sera rectiligne et perpendiculaire à l'axe des z, si le plan de l'onde est parallèle à l'axe des z.

Maintenant, les vibrations Ω_1, Ω_2 et Ω_3 n'ayant pas les mêmes périodes seront séparées par le spectroscope ; la vibration Ω_1 occupera le centre de la raie ; les deux autres occuperont les deux bords.

Si le plan de l'onde est perpendiculaire à l'axe des z un des bords sera donc polarisé circulairement dans un sens et l'autre dans l'autre sens.

Si le plan de l'onde est parallèle à l'axe des z, les deux bords seront polarisés rectilignement, le plan de polarisation étant parallèle à l'axe des z ; et le centre de la raie sera polarisé rectilignement, le plan de polarisation étant perpendiculaire à l'axe des z.

Dans les positions intermédiaires, il y aura des traces de polarisation elliptique.

L'expérience faite par Zeeman a confirmé ses prévisions. Elle lui a permis, en même temps, de mesurer le rapport de la charge d'un ion à sa masse matérielle, ou plutôt de se faire une idée de la grandeur de ce rapport.

Il est aisé de comprendre comment ; l'observation nous donne le rapport des deux coefficients de notre équation, ε et $b+m$. Or ε est proportionnel d'une part au champ magnétique, qui est connu, d'autre part à la charge e de l'ion. Nous pouvons donc trouver le rapport

$$\frac{e}{b+m}.$$

et en négligeant b le rapport $\frac{e}{m}$,

L'expérience a d'abord montré que ce rapport est positif; l'ion qui entre en vibration dans la flamme du sodium est donc chargé positivement.

Quant à la valeur de ce rapport, elle serait égale à 10^7, beaucoup plus grande, par conséquent, qu'on ne devait s'y attendre. Les phénomènes électrolytiques avaient en effet conduit pour ce rapport à une valeur beaucoup plus petite et égale à 400 environ.

Fitzgerald a expliqué cette divergence en supposant qu'une très faible partie de la matière prendrait part à la vibration; chaque molécule se composerait d'un très grand nombre d'atomes; un seul de ces atomes porterait toute la charge et participerait aux vibrations électriques. Si sa masse est m et si M est la masse totale de la molécule, les mesures électrolytiques nous donneraient $\frac{e}{M}$ et les expériences de Zeeman nous donneraient $\frac{e}{m}$.

J'ajouterai qu'il n'est pas sûr que l'on ait le droit de négliger b; c'est-à-dire de négliger devant l'inertie de la particule, celle de l'éther entraîné. Mais cela ne fait qu'accentuer la divergence.

Jusqu'ici, j'ai toujours raisonné comme si la particule chargée en mouvement était seule; il faut tenir compte du mouvement des particules voisines. M. Lorentz a fait le calcul; je ne puis songer à reproduire ici son analyse qui présente la plus grande analogie avec la théorie des diélectriques dans les hypothèses de Poisson et de Mossotti. Je me bornerai à dire que les résultats qui précèdent ne sont pas altérés dans leurs traits essentiels quand on tient compte de l'influence des particules voisines.

Je voudrais seulement insister un peu sur l'explication du phénomène de Faraday, polarisation rotatoire magnétique, dans les hypothèses de Lorentz.

Je reproduis d'abord l'équation (124) de Lorentz[1].

$$\left(a+b\frac{d^2}{dt^2}\right)\left(\Delta-\frac{1}{V^2}\frac{d^2}{dt^2}\right)X= -4\pi V\left(\frac{dJ}{dx}-\frac{1}{V^2}\frac{d^2X}{dt^2}\right),$$

$$J=\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}.$$

Je désigne par X, Y, Z les trois composantes du « moment électrique » (que Lorentz appelle M_x, M_y, M_z). Voici ce que c'est que ce moment électrique; considérons un élément de volume contenant un grand nombre d'ions. Multiplions la charge de chacun de ces ions par la projection de son déplacement sur l'axe des x; ajoutons tous ces produits et divisons par le volume de l'élément, nous aurons X.

Les coefficients a et b sont des constantes et Δ représente l'opérateur bien connu.

L'équation a été écrite sans supposer l'action d'un champ magnétique extérieur. Si ce champ existe, il faudra introduire la force correspondante et nous venons de voir que cette force avait pour composantes:

$$+\varepsilon\frac{dY}{dt},\quad -\varepsilon\frac{dX}{dt},\quad 0.$$

Nos équations vont devenir:

$$DX-\varepsilon\frac{dY}{dt}=-4\pi V\left(\frac{dJ}{dx}-\frac{1}{V^2}\frac{d^2X}{dt^2}\right),$$

$$DY+\varepsilon\frac{dX}{dt}=\quad 4\pi V\left(\frac{dJ}{dy}-\frac{1}{V^2}\frac{d^2Y}{dt^2}\right),$$

$$DZ+\varepsilon\quad=\quad 4\pi V\left(\frac{dJ}{dz}-\frac{1}{V^2}\frac{d^2Z}{dt^2}\right).$$

Dans ces équations D représente l'opérateur:

$$\left(a+b\frac{d^2}{dt^2}\right)\left(\Delta-\frac{1}{V^2}\frac{d^2}{dt^2}\right).$$

(1) La théorie de Maxwell, *Archives néerlandaises*, t. XXV, p. 133 du tirage à part.

Bornons-nous au cas d'une onde plane dont le plan est perpendiculaire à l'axe des z. Alors Z est nul, J est nul, X et Y sont fonctions de z et de t seulement.

Il reste donc :

$$DX - \varepsilon \frac{dY}{dt} = \frac{4\pi}{V} \frac{d^2X}{dt^2},$$

$$DY + \varepsilon \frac{dX}{dt} = \frac{4\pi}{V} \frac{d^2Y}{dt^2}.$$

Nous supposerons que X et Y sont proportionnels à

$$\sin (mz - nt),$$

de sorte que la longueur d'onde soit $\frac{2\pi}{m}$ et la période d'oscillation $\frac{2\pi}{n}$.

Nos équations nous donnent alors dans le cas d'une vibration circulaire droite :

$$\left(m^2 - \frac{n^2}{V^2}\right)(a + bn^2) + \varepsilon n = \frac{4\pi}{V} n^2.$$

Dans le cas d'une vibration circulaire gauche, il faudrait changer le signe de ε.

Cette formule nous fait connaître en fonction de la période et de ε, la vitesse de la propagation $\frac{n}{m}$ dans le milieu envisagé. C'est donc une formule qui nous donne à la fois la dispersion ordinaire et la dispersion rotatoire magnétique.

Airy, peu de temps après la découverte de Faraday, avait proposé trois formules que nous pouvons rapprocher de celles de Lorentz.

Voici ces trois formules :

$$\left.\begin{aligned} \rho \frac{d^2X}{dt^2} - \varepsilon \frac{d^2Y}{dz^2 dt} &= \frac{d^2X}{dz^2}, \\ \rho \frac{d^2Y}{dt^2} + \varepsilon \frac{d^2X}{dz^2 dt} &= \frac{d^2Y}{dz^2}, \end{aligned}\right\} \quad \text{(I)}$$

$$\left.\begin{aligned} \rho \frac{d^2X}{dt^2} - \varepsilon \frac{d^3Y}{dt^3} &= \frac{d^2X}{dt^2}, \\ \rho \frac{d^2Y}{dt^2} + \varepsilon \frac{d^3X}{dt^3} &= \frac{d^2Y}{dt^2}, \end{aligned}\right\} \quad \text{(II)}$$

$$\left.\begin{aligned} \rho \frac{d^2X}{dt^2} - \varepsilon \frac{dY}{dt} &= \frac{d^2X}{dt^2}, \\ \rho \frac{d^2Y}{dt^2} + \varepsilon \frac{dX}{dt} &= \frac{d^2Y}{dt^2}, \end{aligned}\right\} \quad \text{(III)}$$

Ces équations conduisent aux formules de dispersion suivantes :

$$\rho n^2 - \varepsilon m^2 n = m^2, \quad \text{(I)}$$

$$\rho n^2 - \varepsilon n^3 = m^2, \quad \text{(II)}$$

$$\rho n^2 - \varepsilon n = m^2. \quad \text{(III)}$$

Les trois formules d'Airy ont été comparées aux observations ; on a trouvé que la formule (III) est inacceptable, que les formules (I) et (II) sont à peu près équivalentes, bien que la formule (I) soit préférable.

Comparons maintenant avec la formule de Lorentz. Si b était nul, on retomberait sur la formule (III). Ainsi pour n très petit, c'est-à-dire dans l'infra-rouge, la formule de Lorentz se confondrait avec la formule (III). Il serait curieux de faire des expériences pour voir si la formule (III), inacceptable dans le spectre visible, peut s'appliquer dans le spectre infra-rouge.

Mais la formule de Lorentz peut encore se mettre sous une autre forme :

Posons

$$\frac{m}{n} = (\nu_0 + \varepsilon\nu_1)\frac{1}{V},$$

en développant $\frac{m}{n}$ suivant les puissances de ε.

Alors ν_0 représentera l'indice de réfraction et ν_1 mesurera la rotation magnétique.

En négligeant le carré de ε, on trouvera :

$$\frac{\nu_1 \nu_0}{\nu_0^2 - 1} = \frac{C}{n},$$

C étant une constante ; voilà où conduit la formule de Lorentz ; voilà où conduirait également la formule (III).

Les formules (I) et (II) conduiraient au contraire à une formule telle que

$$\frac{\nu_1 \nu_0}{\nu_0^2 - 1} = Cn,$$

où C serait sensiblement constant.

La formule de dispersion de Lorentz est donc loin d'être satisfaisante.

Il n'en est pas moins vrai que la théorie de Lorentz rend compte du fait même de la polarisation rotatoire magnétique, et il est probable qu'une modification de détail suffirait pour rendre compte également des lois de la dispersion.

Il suffirait qu'on pût modifier les hypothèses de telle façon que les composantes de la force Lorentz-Zeeman, au lieu d'être

$$-\varepsilon\frac{dY}{dt}, \quad \varepsilon\frac{dX}{dt}, \quad 0,$$

fussent

$$-\varepsilon\frac{d^3Y}{dt^3}, \quad \varepsilon\frac{d^3X}{dt^3}, \quad 0,$$

ou

$$-\varepsilon\frac{d^3Y}{d\gamma^2 dt}, \quad \varepsilon\frac{d^3X}{d\gamma^2 dt}, \quad 0.$$

Les circonstances de la dispersion rotatoire magnétique se trouveraient expliquées et les expériences de Zeeman s'expliqueraient tout aussi bien.

Il est intéressant de comparer cette explication de la rotation magnétique du plan de polarisation avec celle qu'a donnée M. Potier.

Dans la théorie de Lorentz comme dans celle de Potier, les molécules matérielles sont entraînées dans le mouvement de l'éther ; mais dans la première les molécules sont électrisées, dans l'autre elles sont magnétiques, elles sont comparables à de petites aiguilles aimantées. Dans la théorie de Lorentz le champ magnétique extérieur agit sur les courants de convection ; dans celle de Potier, il agit sur les petites aiguilles aimantées.

La théorie de M. Potier rend mieux compte des lois de la dispersion rotatoire ; en revanche on ne voit pas très bien comment sous sa forme actuelle elle expliquerait l'expérience de Zeeman.

Quoi qu'il en soit, il semble qu'il y a un lien intime entre le phénomène de Zeeman, et celui de Faraday.

L'explication de l'un ne peut guère être cherchée indépendamment de celle de l'autre.

H. POINCARÉ,
Membre de l'Institut.

L'INAUGURATION DU TRAMWAY ÉLECTRIQUE DE BRUXELLES A TERWUEREN

On a accoutumé, en Europe — nous nous souvenons que la France la première en a donné l'exemple — après chaque grande exposition universelle et internationale, de conserver quelques traces positives des créations auxquelles donnent lieu les grandes assises industrielles, bâtiments, monuments, parcs ou embellissements du district qui en fut le siège. Les palais édifiés, les constructions respectées, attestent l'effort accompli, la grandeur des conceptions atteinte, le style particulier d'une époque. De la dernière exposition de Chicago, de la Foire du monde ainsi que la désignaient présomptueusement les Américains enthousiastes, nous croyons savoir qu'il ne reste rien. L'œuvre humaine de démolition eût été trop lente, le feu dévorateur, par accident, s'est mis de la partie et tout a marché à l'américaine.

A Paris, notre conservatisme s'est successivement accusé par le maintien du palais de l'Industrie érigé en 1854, en proie actuellement aux démolisseurs, pour céder la place à d'autres édifices, du palais et du parc du Trocadéro, de l'immense galerie des machines de 1889, des palais des Beaux-Arts et des Arts libéraux, de la tour de 300 m, et d'une foule d'aménagements et d'étendue de beaux jardins ombreux dont l'utilité est justement appréciée.

Cette année, c'est à Bruxelles que les exposants du monde entier sont convoqués. Les produits ne sont pas réunis dans une même enceinte. L'Exposition comporte deux emplacements : l'un situé sur le territoire de Bruxelles, l'autre dans le parc royal de Terwueren est uniquement affecté à l'exposition

**