COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 FÉVRIER 1901,

PRÉSIDENCE DE M. FOUQUÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur une forme nouvelle des équations de la Mécanique.* Note de M. **H. Poincaré.**

« Ayant eu l'occasion de m'occuper du mouvement de rotation d'un corps solide creux, dont la cavité est remplie de liquide, j'ai été conduit à mettre les équations générales de la Mécanique sous une forme que je crois nouvelle et qu'il peut être intéressant de faire connaître.

» Supposons qu'il y ait n degrés de liberté et désignons par $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les variables qui définissent l'état du système. Soient T et U l'énergie cinétique et l'énergie potentielle.

» Envisageons un groupe transitif continu quelconque. Soit $X_i(f)$ une substitution infinitésimale quelconque de ce groupe, telle que

$$X_i(f) = X_i^1 \frac{df}{dx_1} + X_i^2 \frac{df}{dx_2} + \ldots + X_i^n \frac{df}{dx_n}.$$

» Ces substitutions formant un groupe, on devra avoir

$$X_i X_k - X_k X_i = \sum c_{ik,s} X_s.$$

» Nous pourrons poser (puisque le groupe est transitif)

$$x'_\mu = \frac{dx_\mu}{dt} = \eta_1 X_1^\mu + \eta_2 X_2^\mu + \ldots + \eta_r X_r^\mu$$

de telle façon qu'on puisse passer de l'état $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ du système à l'état infiniment voisin $(x_1 + x'_1\, dt, \ldots, x_n + x'_n\, dt)$ par la substitution infinitésimale du groupe $\sum \eta_i\, dt\, X_i(f)$.

» T, au lieu de s'exprimer en fonction des x' et des x, pourra s'exprimer en fonction des η et des x. Si nous donnons aux η et aux x des accroissements virtuels $\delta\eta$ et δx, il en résultera pour T et U des accroissements

$$\delta T = \sum \frac{dT}{d\eta}\delta\eta + \sum \frac{dT}{dx}\delta x; \qquad \delta U = \sum \frac{dU}{dx}\delta x.$$

» Le groupe étant transitif, je pourrai poser

$$\delta x_\mu = \omega_1 X_1^\mu + \omega_2 X_2^\mu + \ldots + \omega_r X_r^\mu$$

de telle façon que l'on puisse passer de l'état x_i du système à l'état infiniment voisin $x_i + \delta x_i$ par la substitution infinitésimale du groupe

$$\sum \omega_i X_i(f).$$

Je poserai ensuite

$$\sum \left(\frac{dT}{dx} - \frac{dU}{dx}\right)\delta x = \sum \Omega_i \omega_i.$$

Soit alors l'intégrale de Hamilton

$$J = \int (T - U)\, dt,$$

on aura

$$\delta J = \int \left(\sum \frac{dT}{d\eta_i}\delta\eta_i + \sum \Omega_i \omega_i\right) dt.$$

» Or on trouve aisément

$$\delta\eta_i = \frac{d\omega_i}{dt} + \sum c_{ski}\eta_k \omega_s.$$

» Le principe de moindre action nous donne alors

$$\frac{d}{dt}\frac{dT}{d\eta_s} = \sum c_{ski}\frac{dT}{d\eta_i}\eta_k + \Omega_s. \tag{1}$$

» Les équations (1) comprennent comme cas particuliers :

» 1° Les équations de Lagrange, quand le groupe se réduit aux substitutions, toutes permutables entre elles, qui augmentent une des variables x d'une constante infiniment petite.

» 2° Les équations d'Euler pour la rotation des corps solides, où le rôle des η_i est joué par les composantes p, q, r de la rotation, et celui de Ω_s par les couples dus aux forces extérieures.

» Elles sont surtout intéressantes dans le cas où U étant nul, T ne dépend que des η. »

PHYSIQUE. — *Sur la radio-activité secondaire des métaux.* Note de M. **Henri Becquerel.**

« Au cours de mes expériences sur les propriétés du rayonnement du radium, et après avoir signalé la variation de l'absorption du rayonnement déviable par un même écran suivant la distance de celui-ci à la source radiante, j'ai appelé l'attention sur la pénétration extraordinaire d'une partie du rayonnement traversant le fond d'une petite cuve en plomb en contact avec la matière active [1]. Quelque temps après, M. Villard [2] a reconnu dans la partie non déviable du rayonnement du même corps, des rayons très pénétrants se superposant aux rayons très absorbables observés par M. et M^{me} Curie.

» En poursuivant l'étude de ce rayonnement très pénétrant, j'ai obtenu quelques résultats intéressants.

» Le 27 mars 1900, en vue d'expériences sur la déviation électrostatique, j'avais placé une petite quantité de sel de radium très actif, dans une rainure de 1^{mm} de large environ, pratiquée au milieu de la face supérieure d'un petit parallélépipède en plomb de 34^{mm},5 de long, sur 21^{mm},2 de large et 7^{mm},5 de haut. La rainure, parallèle au grand côté, avait environ 20^{mm} de long, 1^{mm},6 de profondeur et contenait la matière active en son

(1) *Comptes rendus*, t. CXXX, p. 374; 12 février 1900.

(2) *Ibid.*, p. 1010; 9 avril 1900.