

## IX.—NOTES AND CORRESPONDENCE.

### MR. BRADLEY AND SELF-CONTRADICTION.<sup>1</sup>

Mr. Bradley's comment in the last number of *MIND* (p. 489) on my article in the April number must, I suppose, be taken to mean that he conceives himself to have already met the objections I have raised to his doctrine of the Absolute Criterion. I do not find, however—and I do not think any one else, Mr. Bradley himself included, will be able to find—any passage or passages in the pages he now refers to in which the main objection I have urged has been even so much as recognised. The gravamen of my criticism lay in this, that whereas Mr. Bradley had asserted that the principle of contradiction affords an absolute criterion for distinguishing appearance from reality, I pointed out that self-contradiction is only foreign to reality in so far as it is foreign to appearance as such. But if I have been blind in this matter, Mr. Bradley will, of course, be able to open my eyes by the easy expedient of supplying actual quotations to bear out his present assertion.

On the other hand, we may welcome Mr. Bradley's admission that there are "difficulties," and even that the "last word" has not yet been said, in respect of a principle which in his last edition he still proclaimed to be absolute and indisputable. For how can a criterion be indisputable which has to meet objections, or absolute which can only hope to do so by the help of final reservations? At the same time, I would deprecate the suggestion conveyed in Mr. Bradley's note that a radical objection to his doctrine of the Absolute Criterion must forthwith assume the dignified status of a "final difficulty" in the theory of knowledge.

HOWARD V. KNOX.

---

### M. POINCARÉ'S SCIENCE ET HYPOTHÈSE.

MONSIEUR LE DIRECTEUR,—Vous avez bien voulu me demander si j'avais quelques observations à faire au sujet de l'article que M. B. Russell a consacré à mon livre, *Science et Hypothèse*, dans le numéro de juillet 1905. J'en aurais beaucoup, évidemment, mais je ne voudrais ni abuser de votre hospitalité, ni revenir sur des discussions anciennes; je me bornerai donc à quelques brèves remarques.

M. Russell parle d'abord de l'arithmétique et du rôle du principe d'induction complète. Pour lui ce principe n'est que la définition du nombre entier. Je viens d'écrire sur ce sujet un article qui va paraître dans la *Revue de Métaphysique et de Morale*. Je me contenterai de renvoyer à cet article et d'expliquer en un mot, que le principe d'induction com-

<sup>1</sup> We regret that Captain Knox's note was received too late for insertion in the last number of *MIND*.

plète, ne signifie pas comme le croit M. Russell que tout nombre entier peut être obtenu par additions successives, c'est à dire peut être défini par récurrence. Il signifie que sur tout nombre qui peut être défini par récurrence, on a le droit de raisonner par récurrence.

L'auteur ajoute que dans l'induction mathématique on ne passe pas du particulier au général, entendu que le principe d'induction est plus général que la proposition à démontrer ; mais à ce compte on pourrait dire tout aussi bien que les sciences physiques procèdent du général au particulier, entendu que le principe d'induction physique est plus général qu'une loi physique quelconque.

En ce qui concerne la géométrie, j'ai eu avec M. Russell une longue discussion, et je vois qu'il persiste dans son opinion, comme je persiste dans la mienne ; mais il y a une phrase qui peut-être fait mieux comprendre l'origine de notre désaccord, "so that objects," dit M. Russell, "which we perceive as near together. . . ." Et le mot *perceive* revient plusieurs fois sous sa plume. Quant à moi, je n'emploie jamais le verbe percevoir, ni le substantif perception par ce que je ne sais pas ce qu'ils veulent dire. J'ignore si la perception est une sensation ou un jugement, et je crois voir que les philosophes qui emploient ce mot, l'entendent les uns dans le premier sens, les autres dans le second. C'est pourquoi j'évite de l'employer.

Dans le cas de la distance géométrique, j'ai montré que quand nous *sentons* qu'une distance est plus petite qu'une autre, il arrive souvent qu'en réalité c'est la première qui est la plus grande, cela est d'observation vulgaire ; quand nous *jugeons* qu'une distance est plus petite qu'une autre ; je dis que nous jugeons en vertu de certaines conventions que nous avons adoptées parce que nous les trouvons commodes. M. Russell semble donner au mot *percevoir* un troisième sens, mais ce sens, je ne le comprends pas.

L'auteur parle ensuite du mouvement relatif. "M. Poincaré says," dit-il, "This affirmation, 'the earth turns round,' has no meaning, or, in other words, these two propositions, 'the earth turns round,' and 'it is convenient to suppose that the earth turns round,' have one and the same meaning. But if 'the earth turns round' has no meaning, it has the same meaning as 'Abracadabra,' and, if M. Poincaré is right, the same meaning, that it is more convenient than Abracadabra."

Je m'étonne que M. Russell, qui avait parfaitement compris ma pensée, n'ait pu résister au plaisir de profiter d'une équivoque pour lancer un épigramme. Si je dis, le mètre est la vraie unité de longueur cela n'a aucun sens, ou plutôt en réalité j'ai voulu dire, le mètre est l'unité de longueur la plus convenable. Et bien c'est la même-chose. Quand je dis, la terre tourne, cela a l'air de vouloir dire ; les *vrais* axes de coordonnées, sont ceux par rapport auxquels la terre tourne en 24 heures, tandis qu'en réalité cela veut dire ; les axes de coordonnées *les plus convenables* sont ceux, etc.

J'ai dit que les questions relatives aux qualités des choses réelles sont *unmeaning* ; par ce que pour qu'une question ait un sens, il faut qu'on puisse concevoir une réponse qui ait un sens. Or cette réponse ne pourrait être faite qu'avec des mots et ces mots ne pourraient exprimer que des états psychologiques, des qualités *secondaires* subjectives, qui ne pourraient être celles des choses réelles ; à la fin du paragraphe qu'il consacre à cette question, M. Russell dit : "We may even push the theory further, and say that in general even the relations are for the most part unknown, and what is known are properties of the relations, such as are dealt with by mathematics. And this, I think, expresses substantially the same view as that which M. Poincaré really holds."

M. Russell ne s'est pas trompé, c'est bien là ma pensée.

A la fin, M. Russell n'a pas l'air très satisfait de ce que je dis de la probabilité. Je n'en suis pas très satisfait non plus et je serais heureux si M. Russell avait quelque chose de plus satisfaisant à proposer.

POINCARÉ.

M. Poincaré's reply to my review in *MIND*, July, 1905, calls for a few words of explanation.

On the subject of mathematical induction I await his forthcoming article in the *Revue de Métaphysique et de Morale*. But I should like to clear up a misunderstanding as to the sense in which, as I hold, mathematical induction does not proceed from the particular to the general. (Mathematical induction, by the way, does not define *integers*, but *finite integers*.) The principle may be stated as follows: "A number  $n$  is said to obey mathematical induction if it possesses every property which (1) belongs to 0, and (2) belongs to  $m + 1$  whenever it belongs to  $m$ ". Here the principle itself is doubly general, since (a) it makes a statement about all properties, (b) it makes a statement about all numbers. The statement about all numbers occurs in (2) above. And when we have taken a particular property, and thus ceased to concern ourselves with the general principle of induction, we still have a general statement about all numbers. Let us take an instance: Suppose we wish to prove that if  $n$  obeys mathematical induction, then  $n$  is not equal to  $n + 1$ . We prove (a) that 0 is not equal to 1, (b) that if  $m$  is not equal to  $m + 1$ , then  $m + 1$  is not equal to  $m + 2$ . Here (b) is a statement about *all* numbers. It is only from (a) and (b) together that we reach the desired conclusion. The generality of (b) is not the kind of generality that M. Poincaré supposes me to mean when he suggests that I wish to adduce the principle of mathematical induction itself as a necessary premise in all its applications.

As regards geometry, I do not think it is necessary to my point to decide what is meant by perception. My point is that relations of *order*, as opposed to metrical relations, are in some sense given in experience, and that this appears to show that spatial relations are to some extent empirically determined.

I regret that my remark about "Abracadabra" appeared to be a mere epigram. I meant to suggest that what it is convenient to suppose must have some meaning, and I did not suppose that I was "profiting by an ambiguity," which I should be most unwilling to do consciously.

B. RUSSELL.

#### MR. MACCOLL'S VIEWS ON LOGICAL EXISTENCE.

Mr. MacColl in the last number of *MIND* replied to my note in the previous number. He has put the matter so clearly that no doubt whatever can be entertained as to the position he occupies, but I still think that there are certain important considerations that prevent the general adoption of his view. Mr. Russell has well expounded from one standpoint the doctrine commonly held. The following criticisms may throw some further light upon the subject.

In my view it is not permissible to consider the Universe of Discourse as made up of two *universes*. The Universe of Discourse in Symbolic Logic means all the things that we are talking about. Now such a universe may be divided into two compartments, but each of these does not form a universe by itself. This is not a matter of mere words, but is one of principle. Within our Universe of Discourse there is not a universe of unrealities: all the members of the Universe of Dis-