

*Lettre de M. H. Poincaré à M. Léon Walras*¹.

Mon cher collègue,

Vous vous êtes mépris sur ma pensée. Je n'ai jamais voulu dire que vous eussiez dépassé les « justes limites ». Votre définition de la rareté me paraît légitime. Voici comment je la justifierais. La satisfaction peut-elle se mesurer? Je puis dire que telle satisfaction est plus grande que telle autre, puisque je préfère l'une à l'autre. Mais je ne puis dire que telle satisfaction est deux fois ou trois fois plus grande que telle autre. Cela n'a aucun sens par soi-même et ne pourrait en acquérir un que par une convention arbitraire.

La satisfaction est donc une grandeur, mais non une grandeur mesurable. Maintenant, une grandeur non-mesurable sera-t-elle par cela seul exclue de toute spéculation mathématique? Nullement. La température par exemple (au moins jusqu'à l'avènement de la thermodynamique qui a donné un sens au mot de température absolue) était une grandeur non-mesurable. C'est arbitrairement qu'on la définissait et la mesurait par la dilatation du mercure. On aurait pu tout aussi légitimement la définir par la dilatation de tout autre corps et la mesurer par une fonction quelconque de cette dilatation pourvu que *cette fonction fût constamment croissante*. De même ici vous pouvez définir la satisfaction par une fonction arbitraire pourvu que cette fonction croisse toujours en même temps que la satisfaction qu'elle représente.

Dans vos prémisses vont donc figurer un certain nombre de fonctions arbitraires; mais une fois ces prémisses posées, vous avez le droit d'en tirer des conséquences par le calcul; si, dans ces conséquences, les fonctions arbitraires figurent encore, ces conséquences ne seront pas fausses, mais elles seront dénuées de tout intérêt parce qu'elles seront subordonnées aux conventions arbitraires faites au début. Vous devez donc vous efforcer d'*éliminer* ces fonctions arbitraires, et c'est ce que vous faites.

¹ Sur les *Eléments d'économie politique pure*, 4^e éd. Reçue le 1^{er} octobre 9110.L. W.

Autre remarque : je puis dire si la satisfaction qu'éprouve un même individu est plus grande dans telle circonstance que dans telle autre; mais je n'ai aucun moyen de comparer les satisfactions éprouvées par deux individus différents. Cela augmente encore le nombre des fonctions arbitraires à éliminer.

Quand donc j'ai parlé des « justes limites », cela n'est pas du tout ce que j'ai voulu dire. J'ai pensé qu'au début de toute spéculation mathématique il y a des hypothèses et que, pour que cette spéculation soit fructueuse, il faut (comme dans les applications à la physique d'ailleurs) qu'on se rende compte de ces hypothèses. C'est si on oubliait cette condition qu'on franchirait les justes limites.

Par exemple, en mécanique, on néglige souvent le frottement et on regarde les corps comme infiniment polis. Vous, vous regardez les hommes comme infiniment égoïstes et infiniment clairvoyants. La première hypothèse peut être admise dans une première approximation, mais la deuxième nécessiterait peut-être quelques réserves ¹.

Votre bien dévoué collègue,

POINCARÉ.

¹ Il me semble que le dernier alinéa de mon § 1 répond à cette observation.
L. W.