

ITALIE

La commission consultative des tramways électriques municipaux, piazza S. S. Apostoli, 49, à Rome, reçoit les offres pour les fournitures ci-après :

1^o 50 000 m² câble triphasé 8 200 — 350 volts, 30 000 isolateurs, etc. ;

2^o Équipement électrique pour deux cabines de production et 35 id. de distribution ;

3^o 8 200 alternateurs de 350 volts, 3 de 2 000 kw et 2 de 2 000 kw ; transformateurs divers 8 200/3 000 volts ;

4^o Cadres de tension 30 000 volts ;

5^o Turbines hydrauliques pour les alternateurs ci-dessus ;

6^o Environ 500 poteaux en ciment armé pour transmission électrique ;

7^o Poteaux en fer en traversée de chemin de fer et de routes ;

8^o Environ 220 m² fil de cuivre pour transmission électrique ;

9^o environ 4 000 isolateurs, depuis 30 000 volts, pour transmission électrique (adjudication internationale).

Le 30 juin, à 11 heures, au ministère de la marine, à Rome, et à la direction générale de l'arsenal de la marine, à Spezia, fournitures de lampes électriques et de lampadaires pour le service des arsenaux, 150 000 livres ; caüt. : 15 000 livres.

BELGIQUE

Le 24 juin, à 13 h. 1/4, à l'hôtel de ville, à Bruxelles, fourniture de câbles et accessoires nécessaires au service

de l'électricité ; caüt. : 1^{er} lot, 2 000 francs ; — 2^e lot, 3 500 francs ; — cahier des charges : 0 fr. 50. Soumissions ledit jour, avant 11 heures.

Le 25 juin, à 16 heures, aux hospices civils, à Saint-Gilles-les-Bruxelles, rue du Fort 25, mise en service régulier des connexions de la centrale électrique, du tableau et réseau principal de distribution à l'hôpital de Saint-Gilles ; cahier des charges : 1 franc ; plans 4 francs.

Le 20 juillet, à 11 heures, à la Société nationale des chemins de fer vicinaux, à Bruxelles, fourniture de câbles armés souterrains et sous-fluviaux et pose desdits câbles pour l'alimentation des lignes vicinales de Bruges ; prix du cahier des charges : 1 franc. Soumissions recommandées le 19 juillet.

Le 27 juillet, à 11 heures, à la Société nationale des chemins de fer vicinaux, à Bruxelles, armement électrique complet d'une sous-station de transformation de courant alternatif triphasé à haute tension en courant continu directement utilisable pour la traction électrique sur les lignes vicinales de Bruges ; prix du cahier des charges : 1 franc. Soumissions recommandées le 26 juillet.

PORTUGAL

Jusqu'au 16 juillet, la direction des travaux publics et des mines, à Lisbonne, recevra les offres pour la construction et l'exploitation d'un chemin de fer de Penafiel à Lixa, d'une longueur de 33 kilomètres ; caüt. : 1 600 milreis.

Nous prions instamment ceux de nos abonnés qui possèdent les numéros 6, 7, 8, 9 et 10 de l'année 1894 de notre Revue, et la table des 10 premiers volumes de La Lumière Électrique (1^{re} série) de bien vouloir nous le faire connaître.

Pour éviter tout retard dans la rédaction de la Revue, nous rappelons que la Direction scientifique ne s'occupe que de la partie technique. Par suite, toutes les communications techniques devront être adressées à M. le Rédacteur en chef. Pour toute autre communication, s'adresser aux « bureaux de la Lumière Électrique ».

La Lumière Électrique

Précédemment

L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE DES APPLICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ

La reproduction des articles de La Lumière Électrique est interdite.

SOMMAIRE

EDITORIAL, p. 353. — H. POINCARÉ. Sur la diffraction des ondes hertziennes, p. 355. — J. REYVAL. Les machines synchrones à collecteur utilisées comme transformateurs de courant ou tension, p. 362.

Extraits des publications périodiques. — *Théories et Généralités*. Sur quelques propriétés du sélénium, T. THORNE BAKER, p. 365. — *Méthodes et appareils de mesures*. Sur une méthode simple pour la mesure d'un champ magnétique, C. CHENEVEAT, p. 355. — *Etude, construction et essais de machines*. Les pertes dans le fer par l'aimantation tournante, J. HERRMANN, p. 365. — *Traction*. Travaux récents de l'association allemande des transports interurbains, p. 366. — *Electrochimie et Electrometallurgie*. Usine à cyanure d'argent de la « San Rafael y Aseza Co », à Pachuca, E. GRAULT, p. 367. — *Télégraphie et Téléphonie*. Sur les deux suites de solutions de l'équation des télégraphistes, LAROSE, p. 368. — *Brevets*. Dispositif automatique de protection ou de sécurité pour voie unique avec trains circulant dans les deux sens, E. UNVERRICHT, p. 368. — *Commutateur électromagnétique*, A. PIERRE, p. 369. — *Système de mise en circuit d'électromoteurs à source de courant commune*, FELTEN et GUILLAUME, p. 371. — *Bibliographie*, p. 373. — *Variétés*. Le thermophile électrique : tissus, tapis, tricots chauffant par l'électricité, p. 374. — *Accident au Great Northern Railway*, p. 375. — *Chronique industrielle et financière*. — *Notes industrielles*. Nouvelles machines à vapeur économiques (suite), A. BERTHIER, p. 376. — *Chronique financière*, p. 381. — *Renseignements commerciaux*, p. 383. — *Adjudications*, p. 383.

EDITORIAL

Nous avons la bonne fortune de commencer aujourd'hui la publication de l'important travail dans lequel notre éminent collaborateur M. H. Poincaré développe la communication qu'il avait faite à la fin de l'année dernière à l'Académie des Sciences sur la diffraction des ondes hertziennes.

Ce problème très obscur a donné lieu à des solutions très divergentes. On a supposé que l'ionisation de l'atmosphère terrestre jouait un rôle et que le passage des couches d'air conductrices aux couches isolantes pouvait être assez brusque pour déterminer la ré-

flexion des ondes. L'interprétation la plus ordinaire des phénomènes de diffraction si importants constatés dans la technique des ondes hertziennes consiste à les attribuer à la grande valeur de la longueur d'onde. La critique de cette théorie se dégagera du calcul, exposé par M. H. Poincaré, calcul dont le résultat final s'énonce sous une forme simple.

A la base de ce calcul, M. H. Poincaré pose une remarque d'après laquelle on n'a pas en réalité affaire à une longueur d'onde unique : les ondes hertziennes possèdent un spectre continu, dont certaines parties corres-

pondent à des longueurs d'onde beaucoup plus grandes que celle calculée d'après la définition ordinaire.

Dans la première partie de son travail, publiée dans le numéro actuel, M. H. Poincaré conduit son étude jusqu'au seuil du problème proprement dit qu'il s'est posé. Ces préliminaires comportent l'établissement des équations générales du champ, celle du potentiel retardé, et enfin l'étude d'une solution particulière.

Nous attirons particulièrement l'attention des lecteurs sur le choix particulier des unités exposé au début du paragraphe 2, choix dont résultera une forme élégante des équations suivantes.

M. J. Reyval nous ramène dans le domaine de la pratique immédiate en analysant un récent travail de M. R. Moser. L'auteur y montre qu'une machine synchrone à collecteur se prête parfaitement à la transformation du courant ou de la tension dans les installations, lorsqu'il s'agit, par exemple, du réglage d'alternateurs compound ou de génératrices de traction.

Selon les conditions particulières du problème, l'auteur donne quatre schémas différents.

De récents travaux de M. Thorne Baker sur quelques propriétés du sélénium ont porté sur les moyens dont on peut faire usage pour supprimer, ou du moins compenser l'inertie de ce corps, dont l'emploi en téléphotographie serait déjà beaucoup plus aisé s'il obéissait immédiatement aux variations d'éclairement qu'on lui impose.

M. Chéneveau a institué une méthode nomométrique différentielle très élégante pour la mesure des champs magnétiques : la sensibilité est plus de cent fois plus grande dans le dispositif différentiel que dans un dispositif de mesure directe.

Les pertes dans le fer soumis à un champ magnétique tournant passent-elles par un maximum pour une certaine valeur de l'induction ? Certaines expériences et certaines théories ont semblé le démontrer. Il convient cependant d'enregistrer le démenti qu'opposent à ce fait les expériences très soignées de M. Herrmann.

Les travaux récents de l'association allemande des transports interurbains ont abouti à la « standardisation », dans une certaine mesure, des différents types de rails ; nous reproduisons deux des formes adoptées, ainsi que le tableau général des caractéristiques.

Nos lecteurs trouveront désormais, dans notre rubrique *Brevets*, une documentation soigneusement tenue à jour. On a pu reconnaître que la description des dispositifs les plus intéressants ou les plus suggestifs proposés soit par des inventeurs isolés, soit par de grandes maisons de construction (ces derniers ont généralement une valeur pratique immédiate, et constituent de véritables descriptions d'appareils anticipées) tient depuis quelque temps dans nos colonnes une place en rapport avec l'intérêt qu'y portent la majorité des industriels et des techniciens.

SUR LA DIFFRACTION DES ONDES HERTZIENNES

§ 1. — INTRODUCTION.

Comment expliquer les effets extraordinaires de diffraction observés en télégraphie sans fil ? Les grandes longueurs d'onde peuvent-elles y suffire ? Je ne prétends pas résoudre ici la question complètement, il faudrait des calculs plus complets et surtout des mesures précises. Toutefois, les conclusions du présent travail seront dans le sens négatif ; il est probable que la théorie brute ne peut rendre compte des faits.

Nous supposons dans la suite que toutes nos fonctions sont de la forme

$$\text{partie réelle } H e^{i\omega t}$$

H étant indépendant du temps ; tandis que ω est une constante dont la partie réelle définit la période et la partie imaginaire l'amortissement.

Nous supposons, dans ce qui va suivre, que ω est réel. Cela paraîtra au premier abord injustifiable, puisque l'onde émise par l'excitateur est amortie. Mais en réalité nous n'aurions pas le droit de représenter l'onde amortie par une formule

$$e^{i\omega t},$$

ω étant imaginaire ; et en effet, cette onde amortie a un commencement ; de sorte qu'il conviendrait d'égaliser l'onde à une fonction discontinue $F(t)$, égale à 0 pour $t < 0$ par exemple et à $e^{i\omega t}$ pour $t > 0$. Cette fonction discontinue peut être développée en série de Fourier :

$$F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \varphi(\omega) d\omega, \quad (1)$$

où ω est réel. Le coefficient $\varphi(\omega)$ est donné par la formule :

$$\begin{aligned} 2\pi\varphi(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} F(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{i(\omega - \alpha)}, \end{aligned}$$

parce que pour $t = \infty$ l'expression $e^{i(\omega - \alpha)t}$ s'annule, parce que la partie imaginaire de ω est positive.

Par la formule (1), l'onde incidente $F(t)$ est décomposée en une infinité de composantes isochrones $e^{i\omega t} \varphi(\omega) d\omega$, formant un spectre continu.

Nous devons examiner séparément chacune de ces composantes, et pour chacune d'elles l'exposant $i\omega t$ est purement imaginaire. C'est ce qui justifie notre hypothèse où nous traitons ω comme réel.

On remarquera que, pour $\omega = 0$, $\varphi(\omega)$ ne s'an-

nule pas, mais se réduit à $\frac{1}{i\omega}$. Et cela a une

grande importance. On explique en effet d'ordinaire la diffraction des ondes hertziennes en disant que la longueur d'onde est très grande, et on entend d'ordinaire par là la longueur d'onde calculée à l'aide de la partie réelle de ω et que nous appellerons λ . Mais, ainsi que nous venons de le voir, nous n'avons pas en réalité une longueur d'onde unique, mais un spectre continu, et dans ce spectre il y a des parties qui correspondent à des longueurs d'onde beaucoup plus grandes que λ . Ces parties ne sont pas d'une intensité négligeable puisque

$$\varphi(0) = \frac{1}{i\omega},$$

tandis qu'en posant $\omega = \omega_0 + i\omega_1$, et en prenant $\alpha = \omega_0$, on avait

$$\varphi(\omega_0) = \frac{1}{i\omega_1},$$

de telle sorte que

$$|\varphi(\omega_0)| \text{ et } \varphi(0)$$

sont sensiblement du même ordre de grandeur.

Parmi les composantes de notre spectre, il y en a donc qui sont susceptibles de produire des effets de diffraction beaucoup plus grands que ceux qui correspondraient à la longueur λ . Et c'est déjà une première explication de la grandeur des effets constatés.

§ 2. — ÉQUATIONS GÉNÉRALES DU CHAMP.

J'emploierai les notations de Maxwell, mais avec quelques simplifications : 1° je choisirai les unités de façon que la vitesse de la lumière soit égale à 1 ; 2° je supposerai les milieux non magnétiques, de telle sorte que leur susceptibilité magnétique soit égale à 1, les effets de cette susceptibilité paraissant en tous cas négligeables ; 3° je supposerai que le pouvoir inducteur spécifique est partout égal à 1 ; car les seuls milieux que nous aurons à envisager sont l'air et les corps conducteurs ; à l'intérieur de ces derniers corps les courants de conduction sont tellement prépondérants sur les courants de déplacement que l'on ne sait pas déterminer le pouvoir inducteur ; et d'ailleurs, sauf dans une couche superficielle extrêmement mince, le champ est nul.

Nous désignerons donc par F, G, H les composantes du potentiel vecteur ; par α, β, γ celles de la force magnétique ; par f, g, h celles du déplacement électrique ; par u, v, w celles du courant de conduction ; par ψ le potentiel scalaire ; par ρ la densité électrique, et nous aurons :

$$\alpha = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}, \quad (1)$$

$$4\pi f = -\frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx}, \quad (2)$$

$$4\pi \left(u + \frac{df}{dt} \right) = \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}, \quad (3)$$

$$\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} = \rho, \quad (4)$$

$$\frac{dz}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz} = 0. \quad (5)$$

Aux équations (1), (2), (3), il faut, bien entendu, adjoindre celles qu'on en déduit par symétrie.

On remarquera que toutes les quantités sont définies expérimentalement, sauf le potentiel vecteur et le potentiel scalaire, et que les équations elles-mêmes ne suffisent pas pour définir complètement ces potentiels. Elles ne cesseront pas en effet d'être satisfaites, si on remplace F, G, H, ψ par

$$F + \frac{d\Phi}{dx}, \quad G + \frac{d\Phi}{dy}, \quad H + \frac{d\Phi}{dz}, \quad \psi - \frac{d\Phi}{dt},$$

Φ étant une fonction arbitraire.

Pour achever de définir ces potentiels, il faut donc se donner une équation complémentaire, c'est la suivante :

$$\frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dz} + \frac{d\psi}{dt} = 0. \quad (6)$$

On obtient ainsi les *potentiels de Lorentz*. On trouve alors les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned} 4\pi \rho &= \frac{d^2\psi}{dt^2} - \Delta\psi, \\ 4\pi u &= \frac{d^2F}{dt^2} - \Delta F, \\ 4\pi \left(\frac{dw}{dy} - \frac{d\psi}{dz} \right) &= \frac{d^2\alpha}{dt^2} - \Delta\alpha; \end{aligned} \right. \quad (7)$$

ce qui permet de représenter ψ, F et α par des *potentiels retardés*, représentation sur laquelle nous reviendrons.

Nous emploierons généralement les potentiels de Lorentz ; et, sauf avis contraire, ce sera toujours d'eux qu'il s'agira ; cependant dans certains calculs, nous ferons usage d'autres solutions.

Nous allons encore écrire les équations de Maxwell dans un système quelconque de coordonnées curvilignes, procédé que M. Abraham a employé avec avantage. Soient x', y', z' les nouvelles coordonnées ; nous supposons que ces coordonnées soient orthogonales, et que l'élément d'arc ds est donné par l'équation :

$$ds^2 = a^2 dx'^2 + b^2 dy'^2 + c^2 dz'^2.$$

Si, par exemple, il s'agit des coordonnées polaires, de sorte que x' soit le rayon vecteur, y' la colatitude et z' la longitude, on aura :

$$a = 1, \quad b = x', \quad c = x' \sin y'.$$

Nous définirons F', G', H' par l'identité :

$F'dx' + G'dy' + H'dz' = Fdx + Gdy + Hdz$, de telle sorte que les composantes du potentiel vecteur suivant les normales aux surfaces $x' = \text{const.}, y' = \text{const.}, z' = \text{const.}$ soient :

$$\frac{F'}{a}, \quad \frac{G'}{b}, \quad \frac{H'}{c}.$$

Nous définirons de la même manière f', g', h' ; α', β', γ' ; u', v', w' , et nous prendrons

$$\psi = \psi' \quad \rho dx dy dz = \rho' dx' dy' dz', \quad \text{ou} \quad \rho' = \frac{\rho}{abc}.$$

Nous trouverons ainsi les équations suivantes :

$$\alpha' = \frac{a}{bc} \left(\frac{dH'}{dy'} - \frac{dG'}{dz'} \right), \quad (1 \text{ bis})$$

$$4\pi f' = -\frac{dF'}{dt} - \frac{d\psi'}{dx'}, \quad (2 \text{ bis})$$

$$4\pi \left(u' + \frac{df'}{dt} \right) = \frac{a}{bc} \left(\frac{d\gamma'}{dy'} - \frac{d\beta'}{dz'} \right), \quad (3 \text{ bis})$$

$$\sum \frac{d}{dx'} \left(\frac{f'bc}{a} \right) = \rho', \quad (4 \text{ bis})$$

$$\sum \frac{d}{dx'} \left(\frac{a'bc'}{a} \right) = 0. \quad (5 \text{ bis})$$

Quant à l'équation (6), elle devient :

$$\sum \frac{d}{dx'} \left(\frac{F'bc}{a} \right) + \frac{1}{abc} \frac{d\psi'}{dt} = 0. \quad (6 \text{ bis})$$

Vis-à-vis d'oscillations de très grandes fréquences, tout conducteur se comporte comme un conducteur parfait. Ce n'est là qu'une première approximation, et dans une étude

récente, M. Sommerfeld a cherché à se rendre compte de l'écart entre cette approximation et la réalité de la pratique. Nous nous contenterons néanmoins de cette première approximation, et nous regarderons tous nos conducteurs comme parfaits, d'où les conséquences suivantes :

1° À l'intérieur du conducteur le champ électrique est nul :

$$f = g = h = 0.$$

2° On trouve aisément :

$$\frac{dz}{dt} = 4\pi \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dz} \right).$$

Donc à l'intérieur du conducteur $\frac{dz}{dt}$ est nul, c'est-à-dire que, si l'on part du repos, le champ magnétique est nul.

3° Les courants de conduction et l'électricité libre ρ sont localisés à la surface des conducteurs.

4° L'examen des équations montre que les composantes tangentielles de la force électrique, et la composante normale de la force magnétique sont continues. Prenons en effet pour axe des z la normale à la surface du conducteur. Nos quantités, et leurs dérivées par rapport à x et à y seront finies ; il ne peut y avoir doute que pour les dérivées par rapport à z . Or on trouve :

$$\frac{dg}{dz} = \frac{dh}{dy} + \frac{1}{4\pi} \frac{dz}{dt}, \quad \frac{df}{dz} = \frac{dh}{dx} + \frac{1}{4\pi} \frac{d\beta}{dt},$$

$$\frac{d\gamma}{dz} = -\frac{dx}{dx} - \frac{d\beta}{dy},$$

ce qui montre que $\frac{dg}{dz}, \frac{df}{dz}, \frac{d\gamma}{dz}$ sont finies, c'est-à-dire que f, g, γ sont continues. Ce qu'il fallait démontrer.

Donc à la surface du conducteur, et du côté extérieur, les lignes de force électrique aboutissent normalement à la surface, tandis que les lignes de force magnétique sont tangentes à la surface. Pour voir que la première

condition entraîne la seconde, il suffit de se rappeler l'équation

$$\frac{d\gamma}{dt} = 4\pi \left(\frac{dg}{dx} - \frac{df}{dy} \right).$$

5° Considérons encore une normale à la surface, prenons-la pour axe des z , et considérons les parties de cette normale très voisines de son pied; en ces points on aura, d'après ce qui précède,

$$f = g = 0,$$

d'où

$$\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} = \frac{dh}{dz} = \rho,$$

ou, en intégrant et remarquant qu'à l'intérieur h est nul, et étendant l'intégration à toute l'étendue de la couche superficielle où il y a de l'électricité libre :

$$h = \int \rho dz.$$

Cette intégrale représente la densité superficielle de l'électricité libre, tandis que ρ représente la densité de volume. Cette densité superficielle est donc égale au déplacement électrique en un point très voisin de la surface du côté externe.

6° Considérons l'équation

$$4\pi \left(u + \frac{df}{dt} \right) = \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}$$

et observons que dans la couche superficielle $\frac{df}{dt}$ et $\frac{d\gamma}{dy}$ sont finis, tandis que u et $\frac{d\beta}{dz}$ sont très grands. Intégrons comme dans le cas précédent, et remarquons qu'à l'intérieur β est nul, il viendra :

$$4\pi \int u dz + 4\pi \int \frac{df}{dt} dz = \int \frac{d\gamma}{dy} dz - \beta.$$

Le second terme du premier membre et le premier du second sont négligeables; et il reste :

$$\beta = -4\pi \int u dz.$$

et de même :

$$\alpha = 4\pi \int v dz.$$

Or $\int u dz$, $\int v dz$ représentent la densité superficielle des courants de conduction, tandis que u et v en représentent la densité de volume. Donc la force magnétique à la surface, du côté externe, est perpendiculaire au courant de conduction, et lui est proportionnelle.

Nous retrouverons ces deux derniers résultats en parlant des potentiels retardés.

7° Le courant de conduction étant superficiel, le vecteur u , v , w est tangent à la surface.

§ 3. — LES POTENTIELS RETARDÉS.

Soit $\varphi(x, y, z, t)$ une fonction quelconque. Considérons les deux points x, y, z (point attiré) et x', y', z' (point attirant); soit

$$r = \sqrt{\sum (x - x')^2}$$

leur distance. L'intégrale

$$\iiint \varphi(x', y', z', t - r) \frac{1}{r} dx' dy' dz', \quad (1)$$

étendue à tout l'espace, s'appellera le *potentiel retardé* de φ et pourra être représenté par la notation

$$V = P(\varphi).$$

Elle satisfera à l'équation suivante (analogue à celle de Poisson) :

$$\Delta V - \frac{d^2 V}{dt^2} = -4\pi \varphi.$$

Si alors on se reporte aux équations (7) du paragraphe précédent, on voit que ψ , F , G , H , α , β , γ , sont respectivement les potentiels retardés de

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho, u, v, w, \\ \frac{dw}{dx} - \frac{dv}{dz}, \frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx}, \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy} \end{array} \right. \quad (2)$$

Les oscillations auxquelles nous aurons

affaire seront toujours, soit des oscillations pendulaires simples, soit des oscillations pendulaires amorties. Cela nous permet de supposer que toutes nos fonctions sont proportionnelles à une exponentielle $e^{i\omega t}$. A la vérité, nous obtenons ainsi une solution imaginaire de nos équations, et cette solution ne saurait directement convenir; mais il est aisé, par un procédé bien connu, d'en déduire une solution réelle correspondant au cas de la nature. Il suffira de conserver la partie réelle de cette solution imaginaire, qui sera également une solution de nos équations. Dans ces conditions, si la solution imaginaire se présente sous la forme

$$Ae^{i\omega t},$$

la partie réelle de ω définit la période, la partie imaginaire de ω définit l'amortissement, le module de A représente l'amplitude de la solution réelle, et son argument en représente la phase.

Si donc on a pour forme de nos fonctions

$$F = Ae^{i\omega t}$$

on en déduira

$$\frac{dF}{dt} = i\omega F$$

$$\frac{d^2 F}{dt^2} = -\omega^2 F$$

et c'est ce que nous ferons à chaque instant dans la suite.

Si alors φ est proportionnel à $e^{i\omega t}$, l'intégrale (1) peut se mettre sous une nouvelle forme. Soit $dz' = dx' dy' dz'$ l'élément de volume qui a son centre de gravité au point attirant. Soit

$$\varphi' = \varphi(x', y', z', t).$$

On aura :

$$\varphi(x', y', z', t - r) = \varphi' e^{-i\omega r}.$$

Notre intégrale deviendra alors :

$$P(\varphi) = \int \varphi' \frac{e^{-i\omega r}}{r} dz'. \quad (3)$$

C'est alors un potentiel analogue au potentiel newtonien, mais avec une loi d'attraction un peu différente. J'observerai que ce potentiel possède les propriétés essentielles du potentiel newtonien, en ce qui concerne la continuité. Si en effet j'envisage la différence

$$\frac{e^{-i\omega r}}{r} - \frac{1}{r}$$

des deux expressions, correspondant aux deux sortes de potentiels, cette différence reste finie pour $r = 0$.

Mais nous avons encore à tenir compte d'une autre circonstance. Les quantités (2) sont nulles, sauf dans une couche extrêmement mince à la surface des conducteurs.

L'intégrale (3), qui est un potentiel de volume, va donc se transformer en un potentiel de surface.

Désignons par

$$\mu, U, V, W$$

les densités *superficielles* de l'électricité et du courant de conduction. On a alors :

$$\mu = \int \rho dz, \quad U = \int u dz,$$

les intégrales du second membre étant celles qui ont été envisagées à la fin du paragraphe précédent.

Nous pouvons écrire :

$$\psi = \int \mu' \frac{e^{-i\omega r}}{r} dz', \quad F = \int U' \frac{e^{-i\omega r}}{r} dz',$$

où dz' est l'élément de surface du conducteur ayant pour centre le point attirant, tandis que μ' et U' sont les valeurs de μ et de U en ce point attirant. Les potentiels scalaire et vecteur se présentent ainsi comme des potentiels de simple couche; ils sont donc continus, tandis que leurs dérivées ne le sont pas.

§ 4. — ÉTUDE D'UNE SOLUTION PARTICULIÈRE.

Reprenons les équations (1 bis), etc., du

paragraphe 2 et supposons que les coordonnées choisies soient les coordonnées polaires, de telle façon que l'on ait :

$$a = 1, \quad b = x', \quad c = x' \sin y'.$$

Nous pourrions alors (à la condition de ne pas nous astreindre à prendre le potentiel de Lorentz) satisfaire aux équations en faisant

$$G' = H' = 0, \quad a' = \beta' = 0, \quad h' = 0, \quad \frac{d}{dx'} = 0.$$

Les équations, en dehors des conducteurs, se réduiront alors à

$$r' = -\frac{c}{ab} \frac{dF'}{dy'} = -\sin y' \frac{dF'}{dy'}, \quad (1)$$

$$4\pi f' = -\frac{dF'}{dt} - \frac{d\psi'}{dx'}, \quad (2)$$

$$4\pi g' = -\frac{d\psi'}{dy'}, \quad (2 \text{ bis})$$

$$4\pi \frac{dF'}{dt} = \frac{a}{bc} \frac{d\psi'}{dy'} = \frac{1}{x'^2 \sin y'} \frac{d\psi'}{dy'}, \quad (3)$$

$$4\pi \frac{dg'}{dt} = -\frac{b}{ac} \frac{d\psi'}{dx'} = -\frac{1}{\sin y'} \frac{d\psi'}{dx'}, \quad (3 \text{ bis})$$

$$\frac{d}{dx'} (f' x'^2 \sin y') + \frac{d}{dy'} (g' \sin y') = 0. \quad (4)$$

De (2 bis), (3 bis) et (1) nous tirons :

$$4\pi \frac{dg'}{dt} = -\frac{d^2\psi'}{dy' dt} = -\frac{1}{\sin y'} \frac{d\psi'}{dx'}$$

$$= \frac{1}{\sin y'} \frac{d}{dx'} \left(\sin y' \frac{dF'}{dy'} \right) = \frac{d^2F'}{dx' dy'}.$$

L'égalité

$$-\frac{d^2\psi'}{dy' dt} = \frac{d^2F'}{dx' dy'} \quad (5)$$

nous conduit à admettre la suivante :

$$\frac{dF'}{dx'} + \frac{d\psi'}{dt} = 0, \quad (6)$$

ce qui montre que l'équation (6 bis) du paragraphe 2 reste vraie, en dehors des conducteurs, comme pour le potentiel de Lorentz, bien que notre potentiel vecteur ne soit pas

en général celui de Lorentz, parce que l'équation cesse d'être vraie sur les conducteurs. Quoi qu'il en soit, (2) et (3) nous donnent respectivement, en tenant compte de (6) et de (1),

$$4\pi \frac{dF'}{dt} = -\frac{d^2F'}{dt^2} - \frac{d^2\psi'}{dx' dt} = -\frac{d^2F'}{dt^2} + \frac{d^2F'}{dx'^2},$$

$$4\pi \frac{dF'}{dt} = \frac{1}{x'^2 \sin y'} \frac{d\psi'}{dy'} = -\frac{1}{x'^2 \sin y'} \frac{d}{dy'} \left(\sin y' \frac{dF'}{dy'} \right);$$

d'où

$$\frac{d^2F'}{dx'^2} - \frac{d^2F'}{dt^2} = -\frac{\cotg y'}{x'^2} \frac{dF'}{dy'} - \frac{1}{x'^2} \frac{d^2F'}{dy'^2} \quad (7)$$

Je veux satisfaire à cette équation en prenant pour F' le produit d'une fonction de x' par une fonction de y' , et pour cela il faut évaluer les deux membres de (7) à $\frac{KF'}{x'^2}$, K étant une constante. On trouve ainsi les deux équations :

$$\omega^2 F' + \frac{d^2F'}{dx'^2} = \frac{KF'}{x'^2}, \quad (8)$$

$$\cotg y' \frac{dF'}{dy'} - \frac{d^2F'}{dy'^2} = KF', \quad (9)$$

en nous rappelant que $\frac{d^2F'}{dt^2} = -\omega^2 F'$. Considérons d'abord l'équation (9), qui nous montre comment F' varie en fonction de l'angle y' . Si nous posons

$$\cos y' = \mu,$$

l'équation devient :

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2F'}{d\mu^2} - 2\mu \frac{dF'}{d\mu} + KF' = 0. \quad (9 \text{ bis})$$

On voit que cette équation se réduit à celle qui définit le polynôme de Legendre

$$P_n(\mu) = P_n(\cos y'),$$

si l'on a soin de prendre

$$K = n(n+1).$$

Il convient d'ailleurs d'attribuer à K cette valeur, si l'on veut que F' reste régulier pour

toutes les valeurs de l'angle y' . Nous pouvons alors nous reporter à l'équation (8) pour voir comment se comporte F' en fonction du rayon vecteur x' . Posons

$$\omega x' = \xi,$$

notre équation devient

$$\frac{d^2F'}{d\xi^2} + F' \left[1 - \frac{n(n+1)}{\xi^2} \right] = 0. \quad (10)$$

Cette équation linéaire admet deux intégrales remarquables que je désignerai par $J_n(\xi)$ et $I_n(\xi)$ à cause de leur analogie avec les fonctions de Bessel; dans tout ce qui va suivre, ces notations désigneront, sauf avis contraire, non pas les fonctions de Bessel ordinaires, mais les intégrales de l'équation (10).

L'intégrale I_n est celle qui, pour ξ très grand, est sensiblement égale à $e^{-\xi}$; il n'est pas difficile de voir que cette intégrale est égale à $e^{-\xi}$ multipliée par un polynôme entier en $\frac{1}{\xi}$.

Dans les paragraphes suivants nous désignerons fréquemment par ξ l'argument de la fonction I_n .

L'intégrale J_n est celle qui, pour $\xi = 0$, reste holomorphe; elle est égale à la partie réelle de $h I_n$, h étant un facteur constant. La fonction J_n n'est pas ainsi entièrement définie, elle ne l'est qu'à un facteur constant près, et pour déterminer ce coefficient nous ferons la convention suivante.

Soient I'_n et J'_n les dérivées de I_n et J_n ; on aura la relation :

$$I'_n J_n - J'_n I_n = \text{const.}$$

Il est aisé de voir que cette relation a lieu entre deux intégrales quelconques de (10). Nous choisirons notre facteur constant, de telle sorte que cette constante soit égale à 1; de sorte qu'on aura

$$I'_n J_n - J'_n I_n = 1. \quad (11)$$

Il résulte de là que F' sera d'une des formes suivantes :

$$F' = e^{i\omega t} P_n(\cos y') J_n(\omega x'),$$

$$F' = e^{i\omega t} P_n(\cos y') I_n(\omega x').$$

Retenons seulement la première forme; nous avons trouvé :

$$4\pi \frac{dF'}{dt} = -\frac{d^2F'}{dt^2} + \frac{d^2F'}{dx'^2},$$

d'où

$$4\pi i\omega f' = \omega^2 F' + \frac{d^2F'}{dx'^2} = \frac{n(n+1)}{x'^2} F',$$

d'où enfin

$$f' = \frac{n(n+1)}{4\pi i\omega} P_n(\cos y') \frac{J_n(\omega x')}{x'^2} e^{i\omega t}. \quad (12)$$

Ceci nous montre comment varie la composante radiale f' de la force électrique en fonction du rayon vecteur x' ; elle varie proportionnellement à $\frac{J_n}{x'^2}$. Avec la seconde forme,

il suffirait de remplacer J_n par I_n .

Cela posé, considérons un champ électromagnétique quelconque et supposons :

- 1° Qu'à l'intérieur d'une sphère de rayon R , il n'y ait pas de conducteur;
- 2° Que le champ soit de révolution.

On voit que, dans les mêmes conditions que plus haut, on peut supposer :

$$G' = H' = 0, \text{ etc.}$$

De plus F' pourra être développé en une série de fonctions sphériques, et, puisque le champ est de révolution, en une série de polynômes de Legendre. Nous aurons donc

$$F' = e^{i\omega t} \sum K_n P_n(\cos y'),$$

K_n étant une fonction de x' seulement. D'après ce qui précède, K_n devra satisfaire à l'équation (10), et d'autre part rester holomorphe pour $x' = 0$, puisqu'il n'y a pas de conducteur à l'intérieur de la sphère de rayon R . Nous aurons donc

$$F' = e^{i\omega t} \sum A_n J_n(\omega x') P_n(\cos y')$$

et

$$f' = e^{i\omega t} \sum B_n \frac{J_n(\omega x')}{x'^2} P_n(\cos y'), \quad (13)$$

les A_n et les B_n étant des coefficients numériques.

Supposons maintenant :

1^o Qu'à l'extérieur d'une sphère de rayon R , il n'y ait pas de conducteur ;

2^o Que le champ soit de révolution ;

3^o Que l'état actuel ait été atteint en partant du repos, de telle sorte que toutes nos quantités soient susceptibles d'être représentées par des potentiels retardés.

Dans ces conditions, F' sera, pour x' très grand, sensiblement proportionnel à $e^{-i\omega x'}$, ce qui nous permet d'écrire :

$$F' = e^{i\omega t} \sum A_n I_n(\omega x') P_n(\cos y')$$

et

$$f' = e^{i\omega t} \sum B_n \frac{I_n(\omega x')}{x'^2} P_n(\cos y'). \quad (13^{bis})$$

(A suivre.) H. POINCARÉ.

LES MACHINES SYNCHRONES A COLLECTEUR

UTILISÉES COMME TRANSFORMATEURS DE COURANT OU TENSION

On est souvent conduit à installer des transformateurs de courant ou de tension, par exemple dans le cas d'alternateurs compound ou de génératrices de traction, pour amener à une valeur déterminée le courant ou la tension nécessaires au réglage de l'installation. On peut d'ailleurs avoir à demander simultanément à ces appareils aussi bien un changement dans le nombre de phases, qu'un décalage entre les grandeurs primaires et secondaires.

M. R. Moser, auquel nous empruntons la description qu'on va lire (*), a montré que ce résultat s'obtient très bien avec une machine à collecteur soit employée seule, soit reliée à un transformateur ordinaire, mais de dimensions réduites au $\frac{1}{20}$ ou au $\frac{1}{10}$ de sa valeur ordinaire.

Une disposition de ce genre est schématisée sur la figure 1, dans laquelle I-I représente un réseau triphasé ou les conducteurs principaux d'une génératrice, et l'on se propose, dans un but de réglage, de transformer le courant J_1 du premier en un courant J_2 dans

le second. Le réseau I-I comportera tout d'abord un transformateur de courant ordinaire, mais de dimensions réduites c dont le courant secondaire est conduit au rotor l d'une machine à collecteur par les balais b . Le stator s de cette machine fournit le courant J_2 diphasé par exemple, et il s'agit d'une transformation du nombre de phases et de la tension.

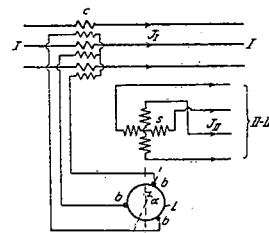


Fig. 1. — Transformateur rotatif de courants polyphasés.

Pour que l'installation réunisse tous ses avantages, il faut que le rotor l soit attaqué synchroniquement avec la machine principale, directement ou par moteur synchrone.

Le fonctionnement est le suivant. Dans la marche synchrone le rotor se conduit par rapport au courant arrivant aux balais comme

une résistance morte. Les ampères-tours engendrés dans le rotor par ce courant ont la même action que le courant continu qui arrive par deux bagues dans l'inducteur d'un générateur synchrone ordinaire.

Le diagramme de fonctionnement de la machine à collecteur concordera donc avec celui d'un générateur à pôles pleins (fig. 2) : $B_1 A_1$ sont les ampères-tours du rotor qui ont à compenser les ampères-tours $O B_1$ du stator pour garder en $O A_1$ les ampères-tours magnétisants perpendiculaires à la tension $O C_1$. Si maintenant le réseau II-II a une résistance apparente constante on aura, lorsque le courant J_1 variera, une série de triangles semblables de sorte que J_2 restera toujours proportionnel à J_1 et décalé par rapport à lui du même angle :

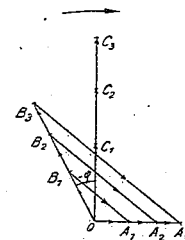


Fig. 2. — Diagramme pour différentes excitations et à résistance de réseau constante.

Cet appareil agit ainsi tout à fait à la manière d'un transformateur de courant, mais avec cette différence que l'énergie électrique demandée au transformateur et amenée aux balais b et correspondant aux pertes ohmiques dans le rotor permet l'envoi dans le réseau II d'une quantité d'énergie 10 à 20 fois plus grande amenée mécaniquement par l'arbre, ce réseau II étant d'ailleurs d'un nombre de phases quelconque par rapport au réseau primaire. En outre, tandis que les transformateurs ordinaires ont besoin, pour modifier le décalage du courant, d'appareils coûteux dits régulateurs de tension, il suffit ici de décaler les balais pour obtenir ce résultat avec toute la précision désirable.

Mais le principal avantage est encore de

permettre la transformation des courants monophasés, soit en d'autres monophasés décalés, soit en courants d'un nombre de phases quelconque. La figure 3 représente une disposition de ce genre où le courant alternatif simple est transformé en triphasé. On a seulement l'obligation de transformer l'excitation monophasée du rotor en champ tournant, par exemple par l'adjonction de balais court-circuités xx perpendiculairement aux balais bb , ou encore par un procédé analogue à celui indiqué par M. M. Latour. On peut aussi munir le rotor d'un enroulement en court-circuit indépendant. Dans les deux cas, la puissance amenée aux balais ne correspond toujours qu'à la perte ohmique dans le rotor.

On peut naturellement, au lieu de transformateurs de courants, utiliser les mêmes dispositifs comme transformateurs de tension. Cela résulte de ce que la tension à appliquer aux balais b sera proportionnelle au courant du rotor, d'après les hypothèses faites (toujours

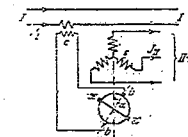


Fig. 3. — Transformateur rotatif de courant mono-polyphasé.

avec stator polyphasé). On a alors, comme le montre la figure 2, les courants du rotor $B_1 A_1$, $B_2 A_2$, etc. proportionnels à la tension du stator $O C_1$, $O C_2$, $O C_3$ etc., si la courbe de saturation est une droite.

La figure 4 représente en traits pleins une disposition pour transformer une tension E_1 monophasée en tensions triphasées dans le réseau II-II. Dans cette installation la tension est prise sur le réseau II par un petit transformateur parce que ce réseau est supposé à haute tension. Pour supprimer l'oscillation du courant du rotor on intercale dans le circuit de ce rotor une résistance w inductive ou morte. Cet appareil présente les mêmes avantages pour la transformation des tensions que pour celle des courants : valeur

(*) ROBERT MOSER, *Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen*, 24 décembre 1909.