

*
* *

A la thèse de doctorat se rattache aussi un deuxième groupe de travaux sur les méthodes de calcul des problèmes dépendant des équations aux dérivées partielles. M. Henri Poincaré a bien voulu nous donner l'appréciation suivante de la portée mathématique de cette œuvre :

« Les problèmes de Physique mathématique se ramènent presque tous à un type commun. C'est le mérite de Fredholm d'avoir trouvé une méthode générale et rigoureuse qui leur est applicable à tous. Elle consiste en dernière analyse à traiter les équations intégrales et différentielles linéaires comme un système d'une infinité d'équations du premier degré à une infinité d'inconnues. La solution se présente ainsi comme le quotient de deux expressions analogues à des déterminants.

» Ces déterminants se présentent eux-mêmes sous la forme de séries; le premier terme de chacune de ces séries est une intégrale simple, le second une intégrale double et ainsi de suite. Bien que les séries soient extrêmement convergentes, bien que la loi de formation des termes soit élégante et simple, il en résulte pour le calcul numérique des difficultés presque insurmontables. Aussi la méthode de Fredholm, excellente pour démontrer rigoureusement la possibilité du problème, ce qui était considéré naguère encore comme extrêmement difficile, excellente peut-être aussi pour découvrir certaines propriétés analytiques de la solution, quoique à cet égard elle n'ait pas encore fait ses preuves, n'a pas encore été employée pour le calcul numérique et ne paraît pas devoir l'être sous sa forme actuelle.

» *La méthode de Ritz se prête mieux au calcul numérique. Elle consiste à représenter la solution comme une somme de termes d'une forme donnée affectés de coefficients indéterminés et à déterminer ces coefficients par la méthode des moindres carrés.*

» *C'est une méthode d'ingénieur; seulement Ritz est parvenu dans deux cas, celui du problème de Dirichlet et celui de l'élasticité, à montrer d'une façon tout à fait rigoureuse qu'en prenant un nombre suffisamment grand de termes, on peut approcher autant qu'on le veut de la solution exacte. Il a montré aussi quelles étaient les propriétés analytiques essentielles de cette solution, telles qu'elles étaient déjà connues par la méthode de Fredholm.*

» *Les mêmes procédés de démonstration seraient-ils applicables à tous les problèmes analogues et, par exemple, aux problèmes de Fourier? Ritz le croyait, je le crois aussi, mais le temps lui a manqué pour le vérifier.* »

Les trois Mémoires contenant cette nouvelle méthode et les résultats qu'elle a donnés sont : l'exposé général paru au *Journal für reine und angewandte Mathematik* et présenté plus tard comme thèse d'habilitation, le Mémoire *Ueber eine neue Methode zur Lösung gewisser Randwertaufgaben* présenté le 16 mai 1908 à la Société Royale des Sciences de Göttingue et le Mémoire, écrit en janvier 1909, sur la théorie des vibrations d'une plaque carrée à bords libres, publié aux *Annalen der Physik*. Il écrivait au cours de l'exécution de ce dernier travail :

« Göttingue, 15 décembre 1908.

« La théorie des figures de Chladni va être pour ma méthode une bonne occasion de montrer ses qualités. Je trouve