» D'après cela, il est facile de construire i, et par suite d'obtenir e, au moyen de la droite *ioe*.

» Il en résulte aussi que *le point i est le centre de courbure, correspondant à c, de la courbe de contour apparent de* [c] *projetée orthogonalement sur* (A, B).

» Au moyen de la construction de Mac-Cullagh, on peut faire dériver [c] d'un certain ellipsoïde (L).

» Le point c de [c] correspond à un point l de (L).

» On peut construire, pour ce point l, une droite G′ analogue à G; les droites G′ forment une congruence dont la focale se compose de (L) et d'une autre surface. Sur G′, on peut déterminer, comme nous venons de le voir, le point e' où cette droite touche cette dernière surface.

» En vertu d'un théorème que j'ai démontré (¹), *les points o, e, e' sont en ligne droite.*

» Il résulte de là qu'on peut trouver e, au moyen des éléments de courbure de (L), sans avoir besoin de connaître les éléments de courbure de [c].

» Les droites D, Δ permettent aussi de construire le point où la face du trièdre, qui coïncide avec (A, B), touche la surface à laquelle elle reste tangente; il suffit pour cela de *prendre sur cette face le pied de la droite qui lui est perpendiculaire et qui rencontre* D, Δ.

» On a ainsi le point où le plan de l'angle droit *acb*, qui entre dans la nouvelle génération de la surface de l'onde, touche la surface à laquelle il reste tangent. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les formes cubiques ternaires.* Mémoire de M. **H. Poincaré**, présenté par M. Hermite. (Extrait par l'auteur.)

« Le but de ce Mémoire est d'appliquer à l'étude arithmétique des formes cubiques ternaires la méthode ingénieuse qui a conduit M. Hermite à des résultats si remarquables en ce qui concerne les formes décomposables en facteurs linéaires et les formes quadratiques. Mais, avant d'aborder ce problème, j'ai dû résoudre diverses questions purement algébriques, relatives aux formes cubiques ternaires.

» Je classe d'abord les transformations linéaires en quatre catégories.

(¹) Voir *Comptes rendus*, séance du 16 juin 1879.

A l'égard de la substitution linéaire

$$(1)\qquad \begin{cases} x_1 = \alpha_1\xi_1 + \beta_1\xi_2 + \gamma_1\xi_3, \\ x_2 = \alpha_2\xi_1 + \beta_2\xi_2 + \gamma_2\xi_3, \\ x_3 = \alpha_3\xi_1 + \beta_3\xi_2 + \gamma_3\xi_3, \end{cases}$$

j'envisage l'équation en S

$$(2)\qquad \begin{vmatrix} \alpha_1 - \mathrm{S} & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 - \mathrm{S} & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 - \mathrm{S} \end{vmatrix} = 0,$$

et je dis que la transformation (1) est de la première catégorie si les racines de cette équation et les puissances entières semblables de ces racines sont toutes distinctes, de la deuxième catégorie si les racines sont distinctes sans que les puissances semblables des racines le soient. Si les racines ne sont pas distinctes, la transformation sera de la troisième catégorie si elle peut être regardée comme une puissance entière d'une transformation de la deuxième catégorie, et de la quatrième catégorie dans le cas contraire.

» Puis je définis les puissances fractionnaires, incommensurables, ou imaginaires d'une substitution donnée.

» Je classe ensuite les formes cubiques ternaires en sept familles, d'après les propriétés de la courbe du troisième ordre que représente en coordonnées trilatères l'équation obtenue en égalant la forme à zéro. La forme sera de la première ou de la deuxième famille si cette courbe n'a pas de point double, de la troisième famille si cette courbe a un point double à tangentes distinctes, de la quatrième famille si elle a un point de rebroussement, de la cinquième famille si elle se réduit à une droite et à une conique qui se coupent, de la sixième famille si elle se réduit à une droite et à une conique qui se touchent, enfin de la septième famille si elle se réduit à trois droites. C'est la septième famille que M. Hermite a étudiée, et je n'ai pas eu à revenir sur ces formes. Je définis dans chaque famille une forme plus simple que les autres et que j'appelle la *canonique* de cette famille.

» Je cherche ensuite, étant donnée une forme cubique ternaire, à trouver le groupe des substitutions linéaires qui la reproduisent, et j'arrive aux résultats suivants :

» 1° Les formes des trois premières familles ne sont reproductibles que par des transformations de la deuxième catégorie. 2° Les formes de la quatrième et de la cinquième famille sont reproductibles par les puissances d'une même substitution de la première catégorie. 3° Les formes de la sixième famille sont reproductibles par une infinité de transformations dont les coefficients dépendent de deux paramètres arbitraires. 4° Les formes des première, deuxième, troisième et cinquième familles ne peuvent être reproduites que par des substitutions de déterminant 1 ; il n'en est pas de même de celles de la quatrième et de la sixième famille. 5° Les formes qui se reproduisent par une transformation donnée de la première, de la troisième ou de la quatrième catégorie doivent satisfaire à une équation aux différences partielles donnée.

» J'ai cru devoir résoudre le même problème en ce qui concerne les formes cubiques quaternaires, parce qu'il entraîne l'application de principes un peu différents et une discussion délicate, et qu'une fois résolu il permettra d'étendre sans trop de peine les résultats de ce Mémoire aux formes cubiques quaternaires.

» Ayant résolu ce problème algébrique, j'aborde les questions arithmétiques relatives à ces formes. J'appelle d'abord *substitution réduite* toute substitution qui transforme la forme $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ en une forme quadratique réduite (définie comme le font MM. Korkine et Zolotareff, *Mathematische Annalen*, t. VI). J'appelle *forme réduite* toute forme qui dérive de la canonique par une substitution réduite. En ce qui concerne les formes de la quatrième et de la sixième famille, qui peuvent dériver de leur canonique par des substitutions de déterminant 1 ou de déterminant différent, je distingue les réduites principales qui en dérivent par une substitution de déterminant 1 et les réduites secondaires.

» M. Jordan a démontré (*Comptes rendus*, 5 mai 1879) que, si le discriminant n'est pas nul, il ne peut dériver d'une même canonique qu'un nombre fini de réduites à coefficients entiers. Je donne une démonstration nouvelle de ce théorème, et, l'appliquant aux formes des deux premières familles, je limite les coefficients de ces réduites en fonctions des invariants S et T.

» Le nombre des classes dérivées de chaque canonique est fini dans la première et la deuxième famille (et aussi dans la cinquième famille, toutes les fois que T est négatif ou que 4S n'est pas puissance quatrième parfaite). Au contraire, le nombre des classes dérivées de chaque canonique est infini dans la troisième, la quatrième et la sixième famille (et aussi dans la cinquième famille, toutes les fois que T est positif et 4S puissance quatrième parfaite). Mais alors les classes se répartissent en genres, les réduites d'un même genre se déduisant aisément l'une de l'autre, et le nombre de ces genres est fini dans la troisième et la cinquième famille, infini dans la quatrième et la sixième.

» J'étudie ensuite la distribution des réduites dans chaque classe. Les classes des trois premières familles contiennent une réduite et une seule en général. Celles de la quatrième famille ne contiennent qu'une réduite principale et un nombre fini de réduites secondaires; celles de la cinquième famille contiennent un nombre fini de réduites principales; enfin celles de la sixième famille contiennent un nombre infini de réduites principales et secondaires.

» Quand une classe contient plusieurs réduites, il peut se faire qu'elles se disposent en une chaîne où chacune d'elles est contiguë à celle qui la précède et à celle qui la suit. Si le nombre des réduites est infini, cette chaîne est indéfinie, et on peut la suivre indéfiniment sans retomber sur la même réduite (c'est ce qui arrive pour les réduites principales de la sixième famille). Si le nombre des réduites est fini, il peut arriver que la chaîne reste indéfinie et que les réduites s'y reproduisent périodiquement, comme dans le cas des formes quadratiques binaires (ce qui arrive pour la cinquième famille, toutes les fois que T est négatif ou que 4S n'est pas puissance quatrième parfaite, et aussi pour certaines classes de cette même famille, quand T est positif et 4S puissance quatrième parfaite). Il peut se faire aussi que la chaîne soit limitée (ce qui arrive pour les réduites secondaires de la quatrième famille et pour les réduites principales de certaines classes de la cinquième famille, quand T est positif et S puissance quatrième parfaite). Enfin, il peut arriver que les réduites, au lieu de former une chaîne, forment un réseau, comme dans le cas des formes quadratiques ternaires indéfinies (ce qui arrive pour les réduites secondaires de la sixième famille). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions irréductibles suivant un module premier*. Note de M. **A.-E. Pellet**.

« La théorie des fonctions cyclotomiques conduit à une méthode pour former directement des fonctions irréductibles de degré λ, lorsque le nombre λ ne renferme que les facteurs premiers du module augmenté de l'unité.

» Soient $f(x) = 0$ l'équation de degré $\varphi(k)$ ayant pour racines les racines primitives de l'équation binôme $x^k - 1 = 0$, et $f_1(y) = 0$ l'équation de