» Les panoramas sont au nombre de 41; 20 embrassent toute la circonférence et forment la partie la plus importante du travail; ils complètent les Cartes géographiques, en faisant bien ressortir les reliefs des montagnes par rapport aux vallées, et reproduisent les chaînes dans leurs positions relatives, avec les grandes coupures qui les séparent, les cols qui font communiquer les vallées, les glaciers dans toute leur étendue et déterminent les lignes de partage des eaux.

» Deux Cartes au $\frac{1}{600000}$ accompagnent le texte : l'une de ces Cartes est surtout orographique, l'autre donne les courbes d'horizon des panoramas.

» Treize années ont été nécessaires pour coordonner des matériaux recueillis pendant dix ans de voyages, pour remplacer les épreuves photographiques trop altérables par des épreuves à l'encre d'imprimerie, enfin pour dessiner et graver les Cartes. »

(Commissaires : MM. Dumas, Faye, Boussingault, Daubrée, Périer.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une extension de la notion arithmétique de genre.* Note de M. **Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« **1.** Gauss a imaginé une classification des formes quadratiques binaires, qu'il a partagées, d'après certains caractères, en groupes appelés *ordres* et *genres*. Cette classification a été étendue par Eisenstein aux formes quadratiques ternaires; mais je vais montrer qu'on peut l'étendre à des formes tout à fait quelconques.

» Je dirai que deux formes algébriquement équivalentes appartiennent au même ordre, quand le plus grand commun diviseur de leurs coefficients est le même, quand il en est ainsi du plus grand commun diviseur de ces mêmes coefficients affectés des coefficients binomiaux (ou polynomiaux) et du plus grand commun diviseur des coefficients de leurs covariants, contravariants, mixed concomitants, etc., affectés ou non des coefficients binomiaux.

» Je dirai que deux formes $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ et $\varphi(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ sont équivalentes suivant le module m, quand on peut trouver n^2 nombres entiers a_{ik}, dont le déterminant soit $\equiv 1 \pmod{m}$, et qui soient tels qu'en posant

$$y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n,$$

on ait identiquement

$$\varphi(y_1, y_2, \ldots, y_n) \equiv f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \pmod{m}.$$

» Je dirai que deux formes algébriquement équivalentes appartiennent au même genre, quand elles seront équivalentes suivant un module quelconque. Il est clair :

» 1° Que ces définitions s'appliquent à des formes quelconques;

» 2° Que deux formes qui sont équivalentes, suivant deux modules m et m' premiers entre eux, sont équivalentes suivant le module mm';

» 3° Que deux formes équivalentes, suivant tous les modules qui sont des puissances d'un nombre premier, appartiennent au même genre;

» 4° Que deux formes qui appartiennent à la même classe appartiennent au même genre;

» 5° Que deux formes qui appartiennent au même genre appartiennent au même ordre.

» 2. Comme premier exemple, je prendrai les formes quadratiques d'un nombre quelconque de variables. La théorie d'Eisenstein paraît d'abord susceptible d'une généralisation immédiate, mais la généralisation qu'on serait tenté de faire ne donnerait que quelques-uns des véritables caractères ordinaux et génériques.

» Soit une forme

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \Sigma a_{ik} x_i x_k$$

de déterminant Δ. Formons le tableau des éléments du déterminant Δ; considérons les mineurs d'ordre $n-p$ formés en prenant dans ce tableau p lignes et p colonnes, et distinguons parmi eux les mineurs dont la diagonale principale coïncide avec celle de Δ, et que j'appelle *mineurs symétriques*.

» Soit α_p le plus grand commun diviseur de tous les mineurs d'ordre $n-p$, et $\alpha_p \beta_p$ celui de tous les mineurs non symétriques multipliés par 2, et de tous les mineurs symétriques. Nous aurons ainsi trouvé deux caractères ordinaux de la forme f, le caractère ordinal *de la première espèce*,

$$(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}),$$

et celui de seconde espèce,

$$(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{n-1}).$$

» Pour trouver ces caractères, j'ai dû envisager, conformément à la définition, non seulement la forme adjointe de f qui est contravariant, mais d'autres formes qui ont pour coefficients les mineurs d'ordre $n-p$ de Δ, et qui font partie du système complet de la forme f.

» Si l'on pose

$$\alpha_1 = \gamma_1, \quad \alpha_2 = \gamma_1^2 \gamma_2, \quad \alpha_3 = \gamma_1^3 \gamma_2^2 \gamma_3,$$
$$\alpha_4 = \gamma_1^4 \gamma_2^3 \gamma_3^2 \gamma_4, \quad \ldots, \quad \alpha_{n-1} = \gamma_1^{n-1} \gamma_2^{n-2} \gamma_3^{n-3} \cdots \gamma_{n-2}^2,$$
$$\Delta = \gamma_1^n \gamma_2^{n-1} \gamma_3^{n-2} \cdots \gamma_{n-1}^2 \gamma_n.$$

» Les nombres

$$(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)$$

sont entiers et forment le caractère ordinal de la troisième espèce de la forme f.

» Pour que deux formes soient du même ordre, il faut et il suffit qu'elles aient même caractère ordinal de première et de deuxième espèce, ou, ce qui revient au même, de deuxième et de troisième espèce.

» 3. Comme second exemple de la répartition des formes en ordre, j'envisagerai la forme cubique binaire

$$f = ax^3 + 3b\,x^2y + 3c\,xy^2 + dy^3,$$

et son hessien

$$6(ac - b^2)x^2 + 6(ad - bc)\,xy + 6(bd - c^2)y^2.$$

» Le caractère ordinal complet de la forme f se composera :

» 1° Du plus grand commun diviseur des quatre nombres a, b, c, d.

» 2° De celui des quatre nombres a, $3b$, $3c$, d.

» 3° De celui des trois nombres $ac - b^2$, $ad - bc$, $db - c^2$.

» 4° De celui des trois nombres $2(ac - b^2)$, $(ad - bc)$, $2(bd - c^2)$.

» Dans un prochain travail, je donnerai des exemples de la répartition en genres, de façon à appliquer les notions qui précèdent aux formes quadratiques, aux formes binaires et aux formes décomposables en facteurs linéaires. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les formes algébriques à plusieurs séries de variables*; par M. C. LE PAIGE. (Extrait d'une Lettre adressée à M. Hermite.)

« Les covariants L^4_x, M^4_y, N^4_z, P^4_u, de la forme quadrilinéaire

$$f = a_x a'_y a''_z a'''_u,$$

dont j'ai signalé l'existence et quelques propriétés dans ma dernière Lettre, jouent un rôle important dans la théorie de cette forme, comme je me propose de le faire voir.

» La forme quadrilinéaire contient seize paramètres; nous pouvons