

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps.* Note de M. H. POINCARÉ.

« M. Kronecker a présenté à l'Académie de Berlin, en 1869, un Mémoire sur les fonctions de plusieurs variables; on y trouve un important théorème d'où il est aisé de déduire le résultat suivant :

» Soient  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$   $n$  fonctions continues de  $n$  variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ; la variable  $x_i$  est assujettie à varier entre les limites  $+a_i$  et  $-a_i$ . Supposons que, pour  $x_i = a_i$ ,  $\xi_i$  soit constamment positif, et pour  $x_i = -a_i$  constamment négatif; je dis qu'il existera un système de valeurs des  $x$  pour lequel tous les  $\xi$  s'annuleront.

» Ce résultat peut s'appliquer au problème des trois corps et montre que ce problème admet une infinité de solutions particulières jouissant de propriétés remarquables que nous allons exposer. Nous nous restreignons, bien entendu, au cas où les masses de deux des corps sont très petites.

» Le mouvement est périodique, c'est-à-dire que, lorsque le temps augmente d'une période constante, les trois corps reprennent la même position *relative*. A la fin d'une période, les distances des trois corps reprennent leur valeur initiale, ainsi que les vitesses relatives estimées soit dans la direction du rayon vecteur, soit dans la direction perpendiculaire. Le système entier a seulement tourné d'un certain angle autour du centre de gravité, supposé fixe.

» Les excentricités sont très petites et de l'ordre des masses; mais les inclinaisons peuvent avoir des valeurs quelconques.

» Dans la solution particulière envisagée, il reste encore, si les trois corps sont assujettis à se mouvoir dans un plan, quatre paramètres arbitraires; s'ils se meuvent dans l'espace, il en reste huit. Ainsi, dans l'un comme dans l'autre cas, il faut imposer quatre conditions aux éléments initiaux du mouvement pour que ce mouvement présente cette périodicité dont nous venons de parler.

» Quand nous aurons disposé arbitrairement de huit des douze éléments initiaux, notre solution particulière ne sera pas encore complètement déterminée. Projetons, en effet, les deux rayons vecteurs sur le plan du maximum des aires. Après une période, la projection du premier rayon vecteur aura décrit un angle  $\nu$ , la projection du second vecteur aura décrit un angle  $\nu + 2n\pi$ ; nous pouvons encore nous donner arbitrairement le

nombre entier  $n$ , après quoi la solution particulière sera parfaitement définie. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Nouvelle disposition du système de bascule romaine, à curseur automatique.* Troisième Note de M. A. PICART.

« Une nouvelle disposition de la machine consiste à mettre le point d'appui du levier et les deux points de suspension du plateau et du tablier sur une droite parallèle à l'axe géométrique du levier et située un peu au-dessus. Dans cette disposition, si  $m$  désigne le poids de la portion de levier symétrique de celle qui est au-dessus de cette ligne droite,  $d$  la distance au point d'appui de son centre de gravité  $g$ , et  $\gamma$  l'angle que forme cette distance avec la verticale, la formule de sensibilité est

$$\text{tang } \varphi = \frac{\omega l - md \sin \gamma}{md \cos \gamma};$$

lorsque l'angle  $\gamma$  est très petit, elle se rapproche de la formule

$$\text{tang } \varphi = \frac{\omega l}{md}.$$

» C'est pourquoi le levier doit avoir une forme telle que le centre de gravité  $g$  soit rapproché le plus possible de la verticale du point d'appui. C'est cette forme qui donne lieu à des oscillations quand il y a équilibre du levier de part et d'autre de sa position horizontale.

» Dans la disposition indiquée à la fin de ma première Note, le levier peut avoir une forme quelconque, pourvu que toujours le point d'appui et les deux points d'application soient en ligne droite. L'oscillation y est due, comme je l'ai déjà indiqué dans ma deuxième Note, à ce que la force, agissant le long de la bride, qui a une composante verticale égale au poids du fardeau, a en même temps une composante horizontale, qui tend à ramener le levier dans la position horizontale. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Perturbations solaires nouvellement observées.*

Note de M. L. THOLLON, présentée par M. l'Amiral Mouchez.

« Il se produit depuis quelque temps, dans l'hémisphère sud du Soleil, de nombreuses et importantes perturbations qui méritent d'être signalées. On y voyait, le 22 juillet, comme une chaîne de grandes et belles taches