ne contient plus r, s, t, et l'on obtient l'équation

$$(3') \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{4}\mu\nu\frac{d^3F}{d\nu^3} + 2(1+\alpha)(1+\beta)(\mu p - \nu q) \\ &\quad + (l+m)(\alpha+\beta+1)(px+qy) \\ &\quad\quad - l\gamma p - m\gamma' q\nu + (l+m)\alpha\beta z = 0, \end{aligned} \right.$$

puis, en éliminant pq entre (1), (2) et (3'), l'équation cherchée.

» Il y a avantage à multiplier tous les termes de (3') par $\mu\nu$ et à prendre

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{4}\mu^2\nu^2\frac{d^3F}{d\nu^3} + 2(1+\alpha)(1+\beta)(\nu px - \mu qy) \\ &\quad + \mu\nu(l+m)(\alpha+\beta+1)(px+qy) \\ &\quad\quad - l\nu\gamma p\mu - m\mu\gamma' q + \mu\nu(l+m)\alpha\beta z = 0. \end{aligned} \right.$$

» Je n'écrirai pas ici l'équation finale, un peu compliquée, qui, comme on le sait par les travaux de M. Tisserand, admet des intégrales fort simples dans le cas de $p = 2$, $p = 3$ et $p = 1$, auxquels il faut ajouter celui où, i étant égal à j, p est $2q + 3$ et n pair. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration algébrique des équations linéaires.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« Lorsqu'il y a, entre la variable et l'intégrale générale d'une équation linéaire à coefficients rationnels, une relation algébrique, et que l'on forme à l'aide de cette relation des intégrales abéliennes de première espèce, les périodes de ces intégrales satisfont à certaines équations algébriques. On peut se demander si ces équations suffisent pour déterminer complètement ces périodes.

» Sans aborder ce problème, très général et sans doute très compliqué, j'ai voulu étudier en particulier un exemple simple, et j'ai choisi la résolvante de Gallois de l'équation modulaire que l'on rencontre dans la transformation du septième ordre des fonctions elliptiques (degré 168, genre 3). M. Klein a étudié à fond cette résolvante et il a fait voir que, si l'on forme les intégrales de première espèce correspondantes, leurs dérivées satisfont à une équation linéaire du troisième ordre.

» J'ai choisi sept périodes, que j'appelle ε_1, ε_2, ε_3, ε_4, ε_5, ε_6, ε_7 et entre lesquelles on a la relation suivante :

$$(1) \qquad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5 + \varepsilon_6 + \varepsilon_7 = 0.$$

» Si l'on considère deux intégrales de première espèce et qu'on accentue les périodes de cette seconde intégrale, on aura

$$(2)\quad \left\{ \begin{aligned} &\varepsilon_2\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2\varepsilon_1 + \varepsilon_3\varepsilon'_1 - \varepsilon'_3\varepsilon_1 + \varepsilon_5\varepsilon'_1 - \varepsilon'_5\varepsilon_1 + \varepsilon_6\varepsilon'_1 - \varepsilon'_6\varepsilon_1 + \varepsilon_3\varepsilon_2 \\ &\quad - \varepsilon'_3\varepsilon_2 + \varepsilon_6\varepsilon'_2 - \varepsilon'_6\varepsilon_2 + \varepsilon_5\varepsilon'_4 - \varepsilon'_5\varepsilon_4 + \varepsilon_6\varepsilon'_4 - \varepsilon'_6\varepsilon_4 + \varepsilon_6\varepsilon'_5 - \varepsilon_6\varepsilon_5 = 0. \end{aligned} \right.$$

» Nous pourrons choisir une intégrale de première espèce, de telle sorte que

$$\varepsilon_1 = 1, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0,$$

et alors nous poserons

$$\varepsilon_4 = x, \quad \varepsilon_5 = y, \quad \varepsilon_6 = z.$$

» On peut former par divers procédés un grand nombre de relations entre ces périodes; mais trois seulement sont distinctes, à savoir

$$\begin{aligned} x(x+y+z) &= y, \\ x^2 + 2xy + y^2 + yz &= z, \\ y^2 + yz + z^2 + x + 2y + z + 1 &= 0. \end{aligned}$$

» Ces trois équations admettent les huit solutions suivantes

$$\begin{aligned} &x = 1, \quad y = \mathrm{T} = \tau + \tau^2 + \tau^4, \quad z = -1, \\ &x = 1, \quad y = \mathrm{T}' = \tau^3 + \tau^5 + \tau^6, \quad z = -1, \\ &x = \tau^m, \quad y = \tau^{5m} + \tau^{6m} + 1, \quad z = \tau^{4m} - \tau^m - 1, \end{aligned}$$

où

$$\tau = \cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}, \quad m = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

» Les huit solutions conviennent et correspondent à huit systèmes de périodes différentes, satisfaisant aux conditions (1) et (2).

» Il existe aussi une intégrale de première espèce dont les périodes sont simplement

$$\varepsilon_1 = \tau, \quad \varepsilon_2 = \tau^2, \quad \varepsilon_3 = \tau^3, \quad \varepsilon_4 = \tau^4, \quad \varepsilon_5 = \tau^5, \quad \varepsilon_6 = \tau^6, \quad \varepsilon_7 = 1.$$

» Considérons en particulier l'intégrale u_1, dont les sept périodes sont

$$1, \ 0, \ 0, \ 1, \ \mathrm{T}, \ -1, \ -\mathrm{T}-1.$$

Elle n'a que deux périodes distinctes, 1 et T; les procédés de M. Picard permettent donc de la ramener aux intégrales elliptiques. Mais on démontre que l'on peut trouver six intégrales

$$u_2, \ u_3, \ u_4, \ u_5, \ u_6, \ u_7$$

dont les sept périodes sont les mêmes que celles de u_1, sauf que ces dernières ont subi une permutation circulaire; ainsi les périodes de u_2 seront

$$0,\ 0,\ 1,\ T,\ -1,\ -T-1,\ 1;$$

celles de u_3 seront

$$0,\ 1,\ T,\ -1,\ -T-1,\ 1,\ 0,\ \ldots.$$

Cela posé, l'intégrale

$$A_1 u_1 + A_2 u_2 + \ldots + A_7 u_7,$$

où les A sont des nombres entiers quelconques, n'aura que deux périodes distinctes et sera réductible aux intégrales elliptiques.

» Nous avons donc un troisième exemple de cette circonstance déjà signalée deux fois par M. Picard, qu'il existe des systèmes d'intégrales abéliennes où l'on trouve une infinité d'intégrales réductibles aux intégrales elliptiques (*Comptes rendus*, t. XCIII, p. 1126). »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une boussole magnétique à induction.* Note de M. Mascart.

« L'inductomètre de Weber permet de déterminer l'inclinaison magnétique par la mesure des courants induits dans un cadre conducteur que l'on fait tourner alternativement de 180°, d'abord autour d'un axe horizontal à partir de l'horizon, puis autour d'un axe vertical à partir d'un plan perpendiculaire au méridien magnétique. Telle est la méthode en usage dans plusieurs Observatoires.

» Si l'appareil est disposé de manière que l'axe de rotation du cadre puisse prendre une direction quelconque dans le méridien magnétique, et que l'on cherche par tâtonnements deux directions telles que, pour une rotation de 180°, l'aiguille du galvanomètre éprouve des impulsions égales et de sens contraires, la bissectrice de ces deux directions donnera la position d'équilibre d'une aiguille d'inclinaison. Cette seconde méthode a été proposée récemment par M. Wild.

» Il est clair que les courants induits doivent être nuls lorsque l'axe de rotation du cadre est exactement parallèle à la direction de la force magnétique.

» Avec le procédé d'observation habituel, qui consiste à tourner le cadre de 180°, on obtiendrait ainsi la même exactitude qu'en mesurant les angles d'impulsion; mais la méthode du *courant nul* permet d'éliminer toute me-