dantes de l'orientation des axes coordonnés. Soient en effet mx', my', mz' trois nouveaux axes rectangulaires. D'après notre manière d'opérer, on peut amener le plan zmx, en le faisant tourner autour de mz, à coïncider avec le plan zmx'. En faisant tourner le plan ymx autour du nouvel axe my, on fera coïncider mx avec mx'. Enfin un déplacement rotatoire autour de mx' ramènera l'axe my à coïncider avec my'. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie de l'élasticité.* Note de M. **H. Poincaré.**

« Dans le tome XIII du *Bulletin des Sciences mathématiques,* M. Brillouin a rendu compte de mon ouvrage sur la *Théorie mathématique de la lumière;* dans cette analyse, d'ailleurs très bienveillante et dont je le remercie, il m'adresse quelques critiques de détail auxquelles je désirerais répondre. Je ne l'ai pas fait plus tôt, parce qu'elles méritaient un examen approfondi et que j'étais distrait par d'autres travaux. La plus importante de ces critiques se trouve à la page 196 du *Bulletin* et se rapporte à ce que j'ai dit de la polarisation par diffraction. Je n'y reviendrai pas, parce qu'il me semble que mes Notes récentes sur les expériences de M. Wiener ont suffisamment éclairci le malentendu sur lequel elle repose et que la concision de ma première rédaction avait pu faire naître.

» Mais il est une autre critique que je ne puis laisser sans réponse. Pour faire rentrer certaines théories optiques de la double réfraction, telles que celles de Cauchy et de Fresnel, dans les cadres de la théorie générale de l'élasticité, j'ai dû élargir un peu ces cadres et généraliser les conceptions de Lamé. J'ai écrit la fonction fondamentale qui définit l'élasticité d'un corps et que j'ai désignée par W_2 avec 27 coefficients arbitraires au lieu de 21. M. Brillouin conteste la légitimité de cette extension (notes des p. 176 et 189), parce que la pression P_{xy} ne serait plus égale à la pression P_{yx}, ce qui rendrait impossible l'équilibre du corps élastique.

» C'est là une erreur que j'ai quelque temps partagée, mais qu'il est aisé de rectifier. J'adopterai les notations que j'ai employées dans ma *Théorie mathématique de la lumière* et qu'il est inutile de rappeler ici, puisque aussi bien la présente Note ne pourra intéresser que les personnes qui ont lu cet ouvrage et l'analyse de M. Brillouin.

» On peut être tenté de croire que

$$-\frac{dW}{d\xi'_x}d\omega, \quad -\frac{dW}{d\eta'_x}d\omega, \quad -\frac{dW}{d\zeta'_x}d\omega$$

sont les trois composantes de la pression qui s'exerce sur un élément de surface $d\omega$ orienté perpendiculairement à l'axe des x. Ce sont, en réalité, les trois composantes de la pression qui s'exerce sur un élément de surface qui, *avant la déformation,* avait pour aire $d\omega$ et était perpendiculaire à l'axe des x. Cet élément, quand la déformation a eu lieu, ne conserve pas son aire et son orientation, et ses projections sur les trois axes deviennent (en négligeant, bien entendu, les carrés de ξ, η, ζ)

$$d\omega(1 + \eta'_y + \zeta'_z), \quad -d\omega\xi'_y, \quad -d\omega\xi'_z.$$

Si donc nous appelons

$$P_{xx}\,d\omega, \quad P_{yx}\,d\omega, \quad P_{zx}\,d\omega$$

les trois composantes de la pression qui s'exerce sur un élément qui, *après la déformation,* se trouve avoir pour aire $d\omega$ et être orienté normalement à l'axe des x, on devra avoir

$$(1)\qquad \begin{cases} \dfrac{dW}{d\xi'_x} = -P_{xx}(1 + \eta'_y + \zeta'_z) + P_{xy}\xi'_y + P_{xz}\xi'_z, \\ \dfrac{dW}{d\eta'_x} = -P_{yx}(1 + \eta'_y + \zeta'_z) + P_{yy}\xi'_y + P_{yz}\xi'_z \end{cases}$$

et non pas $\dfrac{dW}{d\xi'_x} = -P_{xx}, \ldots$.

» Il est aisé de calculer les valeurs de $\dfrac{dW}{d\xi'_x}, \dfrac{dW}{d\eta'_x}, \ldots$ et celles de P_{xx}, $P_{yx}, \ldots$.

» On voit alors que les conditions (1) sont remplies en négligeant les carrés des ξ, et que l'on a

$$P_{xy} = P_{yx}.$$

» L'objection de M. Brillouin se trouve ainsi écartée. J'ai cependant un mot à ajouter : M. Brillouin fait observer que les termes additionnels que j'introduis devraient exercer une influence sur la stabilité de l'équilibre, et que cependant ils disparaissent des équations définitives du mouvement. Cela n'est pas tout à fait exact. La condition nécessaire et suffisante de la stabilité n'est pas que la forme quadratique W_2 soit définie et négative. Il faut, en effet, dans la recherche de cette condition, tenir compte du travail des pressions extérieures; on voit ainsi que, au moins pour les corps isotropes, nos termes additionnels ne doivent pas intervenir. »