Section de Chimie : M. **Haller**, à Nancy, le 12 janvier, en remplacement de M. Chancel, décédé.

Section de Minéralogie : M. **Geikie**, à Londres, le 2 mars, en remplacement de M. Favre, décédé.

Correspondants à remplacer.

Section de Géométrie : M. **Kronecker**, décédé le 29 décembre.

Section de Géographie et de Navigation : M. **Ibañez de Ibero** (le marquis **de Mulhacen**, Général Charles), à Madrid, décédé le 29 janvier; M. **Ledieu**, à Brest, décédé le 17 avril.

Section de Physique générale : M. **Soret**, à Genève, décédé le 13 mai 1890; M. **Weber**, à Göttingue, décédé le 23 juin.

Section d'Économie rurale : M. **de Andrade Corvo**, à Lisbonne, décédé le 15 février 1890.

Section de Médecine et de Chirurgie : M. **Palasciano**, à Naples, décédé le 28 novembre.

Section de Chimie : M. **Stas** (Jean-Servais), à Bruxelles, décédé le 13 décembre.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle a faite dans la personne de M. *A. Richet,* Membre de la Section de Médecine et de Chirurgie, décédé à Carquéranne le 30 décembre 1891.

Les obsèques ont eu lieu aujourd'hui même, à Paris.

La séance sera levée en signe de deuil, immédiatement après le dépouillement de la Correspondance.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un mode anormal de propagation des ondes.* Note de M. **H. Poincaré.**

« La théorie conduit à une solution particulière des équations du mouvement ondulatoire, solution qui présente un certain nombre de particularités remarquables sur lesquelles je désirerais attirer l'attention. Ces circonstances ne se produiront jamais dans la propagation des vibrations lumineuses, à cause de la petitesse de la longueur d'onde; mais il est possible que l'on rencontre des faits analogues, quoique probablement dans des conditions beaucoup moins simples, dans le cas des ondulations hertziennes, et il serait alors nécessaire d'en tenir compte ou tout au moins de s'en défier. C'est ce qui me décide à publier les résultats qui suivent, quoique je n'en voie pas, pour le moment, d'application physique.

» L'équation du mouvement ondulatoire est, en appelant V^2 la vitesse de propagation,

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = V^2 \Delta\xi$$

ou, si ξ ne dépend que de z, de t et de $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$,

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = V^2\left(\frac{d^2\xi}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{d\xi}{d\rho} + \frac{d^2\xi}{dz^2}\right). \tag{1}$$

» On voit alors que cette équation admet l'intégrale suivante

$$\xi = AJ_0(h\rho)\cos 2\pi\left(\frac{z}{l} - \frac{t}{T}\right), \tag{2}$$

où A, h, l et T sont des constantes satisfaisant aux conditions

$$\frac{h^2}{4\pi^2} = \frac{1}{V^2T^2} - \frac{1}{l^2},$$

et où J_0 désigne la fonction de Bessel,

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2.4^2} - \frac{x^6}{2^2.4^2.6^2} + \dots$$

» Si l'on pose $VT = \lambda$, λ pourra s'appeler la longueur d'onde *normale*, et l la longueur d'onde *apparente*. On aura

$$\frac{h^2}{4\pi^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{l^2}.$$

» On voit que la longueur d'onde apparente sera plus grande que la longueur d'onde normale; la différence sera d'autant plus grande que h sera plus grand, c'est-à-dire que le pinceau de rayons lumineux sera plus délié, mais elle restera toujours petite. Pour nous en rendre compte, introduisons une longueur

$$\rho_0 = \frac{64}{h}.$$

» Alors, à l'extérieur d'un cylindre ayant pour axe l'axe des z et pour rayon ρ_0, l'intensité sera au plus égale à la centième partie de ce qu'elle est en un point de l'axe des z.

» Si nous prenons $\lambda = 500\,\mu\mu$, $\rho_0 = 64\,\mu$, la différence entre les deux longueurs d'onde sera moindre que la trois-centième partie de l'une d'elles.

» Si nous prenons $\lambda = 500\,\mu\mu$, $\rho_0 = 640\,\mu$ (notre cylindre a alors un peu plus de 1^{mm} de diamètre), la différence entre les deux longueurs d'onde sera moindre que la trente-millième partie de l'une d'elles.

» La forme de l'expression (2) pourrait nous induire en erreur. Nous pourrions être tentés de croire que la vitesse de propagation est égale à $\frac{l}{T}$ et, par conséquent, plus grande que la vitesse normale. Ce serait le contraire de la vérité.

» Pour nous en rendre compte, supposons que A, au lieu d'être une constante, soit une fonction de z et de t; je supposerai de plus que cette fonction et ses dérivées sont finies, tandis que $\frac{1}{l}$ et $\frac{1}{\lambda}$ sont de très grandes quantités.

» En supprimant le facteur $J_0(h\rho)$ et en posant, pour abréger,

$$2\pi\left(\frac{z}{l} - \frac{t}{T}\right) = \omega,$$

notre équation (1) devient alors

$$(3) \qquad \frac{4\pi}{T}\frac{dA}{dt}\sin\omega + \frac{d^2A}{dt^2}\cos\omega = -\frac{4\pi V^2}{l}\frac{dA}{dz}\sin\omega + V^2\frac{d^2A}{dz^2}\cos\omega.$$

» Dans chacun des deux membres de l'équation (3), le premier terme contient en facteur $\frac{1}{T}$ ou $\frac{1}{l}$ et est, par conséquent, très grand; le second terme est fini et peut être négligé. Il reste alors, en supprimant les facteurs communs,

$$\frac{dA}{dt} + \frac{V^2T}{l}\frac{dA}{dz} = 0,$$

d'où

$$A = f\left(z - \frac{V^2T}{l}t\right),$$

ce qui veut dire que la perturbation se propage avec une vitesse

$$\frac{V^2T}{l} = \frac{V\lambda}{l},$$

c'est-à-dire avec une vitesse *moindre* que la vitesse normale. »