

17. [R8az] Dans son Mémoire *sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe* (A. M., t. XII), M^{me} de Kowalewski a traité un cas nouveau où, à côté des intégrales fournies par les théorèmes généraux de la Dynamique, il existe une intégrale algébrique en $p, q, r, \gamma, \gamma', \gamma''$. M^{me} de Kowalewski a annoncé l'existence d'autres cas où il y a des intégrales de ce genre. En a-t-on trouvé?

Ne pourrait-on pas en découvrir en cherchant des polynômes φ en $p, q, r, \gamma, \gamma', \gamma''$ tels que $\frac{d\varphi}{dt}$ soit divisible par φ après qu'on y a remplacé $\frac{dp}{dt}, \frac{dq}{dt}, \frac{dr}{dt}, \frac{d\gamma}{dt}, \frac{d\gamma'}{dt}, \frac{d\gamma''}{dt}$ par leurs valeurs tirées des équations du mouvement? Quand φ est du second degré on retrouve le cas traité par M^{me} de Kowalewski. APPELL.

18. [T2a] M. Mathieu, dans sa *Théorie de l'élasticité des corps solides* (1), donne (II^e Partie, Ch. X) la théorie de l'équilibre élastique d'un prisme rectangle, en disant que ses procédés sont trop compliqués pour avoir une application pratique.

Je veux demander aux correspondants de l'*Intermédiaire des mathématiciens* : 1^o Si personne n'a jamais fait aucun essai de rendre ces formules plus utiles à l'ingénieur; 2^o Si l'on n'a jamais fait aucune expérience ayant pour objet de déterminer le degré de concordance entre la théorie et la pratique.

Il me semble que les formules de M. Mathieu n'ont pas attiré l'attention autant qu'elles le méritent; on fait habituellement usage en Angleterre du *modulus of rupture*, coefficient de rupture. Si les formules de M. Mathieu étaient rendues d'un maniement plus facile, on abandonnerait évidemment les procédés si peu scientifiques auxquels on doit avoir recours actuellement. R. E. SYNGE COOPER (Diggle Oldham).

19. [V] Je prépare un travail sur Hypatie, la marquise du Châtelet, Agnesi, Sophie Germain, Somerville, de Kowalewski, et les autres mathématiciennes, physiciennes ou natura-

(1) Paris, Gauthier-Villars et fils, 1890.

Si l'on pose $x = e^v$, $u = x^s z = e^{sv} z$, elle devient

$$\frac{d^2 z}{dv^2} + (2s - 1) \frac{dz}{dv} + s(s - 1)z + z^n = 0,$$

et si l'on fait ensuite $\frac{dz}{dv} = p$ et que l'on prenne z pour variable indépendante, on obtient

$$(n - 1)^2 p dp + [(n - 1)(n - 5)p - 2(n - 3)z + (n - 1)^2 z^n] dz = 0.$$

Si $n = 5$, ce problème se réduit aux quadratures et l'on a l'intégrale générale

$$\log x = 2\sqrt{3} \int \frac{dz}{\sqrt{c_1 - 4z^6 + 3z^2}} + c_2, \quad z = \frac{u}{\sqrt{x}}.$$

F. D'ARCAIS (Padoue).

15. (H. DELLAC). — Soient l'angle trièdre OABC et OA'B'C' le trièdre supplémentaire. Si une droite OM est située dans l'intérieur du second trièdre, elle est du même côté que l'arête OA' par exemple par rapport au plan de la face OB'C', et par suite OM forme un angle aigu avec la normale OA à ce plan, qui est située du même côté que OA'. La direction OM forme de même des angles aigus avec chacune des trois directions OA, OB, OC. Réciproquement, si ces trois angles sont aigus, la direction OM, étant du même côté de chaque arête du trièdre OA'B'C' par rapport au plan de la face opposée, sera intérieure à ce trièdre.

Les parties communes aux deux trièdres s'obtiennent donc en cherchant les droites OM intérieures au trièdre OABC et formant avec chacune des trois arêtes des angles aigus. Il est facile de trouver des droites remplissant ces conditions; par exemple l'intersection des plans perpendiculaires aux faces et passant par les bissectrices est toujours intérieure aux deux trièdres.

EUGÈNE FABRY.

17. (APPELL). — On n'a retrouvé dans les papiers de M^{me} de Kowalewski aucune trace de ses recherches inédites sur cet important sujet; mais, dans une conversation que j'ai eue avec elle, elle m'a annoncé qu'elle avait découvert une infinité de cas d'intégrabilité et qu'elle y était arrivée *en suivant la méthode* de Bruns. Bruns, dans un Mémoire inséré dans les *Acta Mathematica* (Tome XI), a démontré que le problème des trois corps



n'admet pas d'intégrales algébriques. Il résulte de ce qu'a dit M^{me} de Kowalewski que la même méthode appliquée au problème de la rotation d'un corps solide montre qu'il admet de pareilles intégrales dans une infinité de cas. *Cette méthode est précisément celle qu'indique M. Appell.* H. POINCARÉ.

24. (CESÀRO). — Cette formule résulte immédiatement des formules fondamentales des fonctions elliptiques.

Halphen (Tome I, page 264) donne la formule suivante

$$\mathfrak{D}_3(\nu | \tau) = \sqrt{\frac{i}{\tau}} \mathfrak{D}_3\left(\frac{\nu}{\tau} \middle| -\frac{1}{\tau}\right)$$

ce qui s'écrit

$$1 + 2 \sum q^{n^2} \cos 2n\pi\nu = \sqrt{\frac{i}{\tau}} \sum e^{-\frac{i\pi}{\tau}(\nu-n)^2}.$$

Les sommations se rapportent à l'entier n ; dans le premier membre, cet entier varie de 1 à $+\infty$, dans le second de $-\infty$ à $+\infty$. Posons

$$q = e^{-t}, \quad \text{d'où} \quad \frac{i}{\tau} = \frac{\pi}{t}.$$

L'égalité devient

$$1 + 2 \sum q^{n^2} \cos 2n\pi\nu = \sqrt{\frac{\pi}{t}} \sum e^{-\frac{\pi^2(\nu-n)^2}{t}}$$

ou pour $\nu = 0$

$$1 + 2 \sum q^{n^2} = \sqrt{\frac{\pi}{t}} \sum e^{-\frac{\pi^2 n^2}{t}}.$$

Si t est très grand, toutes les exponentielles

$$e^{-\frac{\pi^2 n^2}{t}}$$

deviennent extrêmement petites, sauf celle où $n = 0$, qui reste égale à 1.

D'où asymptotiquement

$$1 + 2 \sum q^{n^2} = \sqrt{\frac{\pi}{t}} = \sqrt{\frac{\pi}{1 - e^{-t}}} = \sqrt{\frac{\pi}{1 - q}}.$$

C. Q. F. D.

H. POINCARÉ.

24. (CESÀRO). — *Deuxième réponse.* — Si l'on considère la fonction elliptique $p u$ à discriminant positif avec les périodes 2ω