duit par Halphen) désigne l'ordre du cône d'ordre *minimum* qui passe par les h droites doubles du cône $(x, y, z)^d = 0$.

En écrivant $nd = 2h + \theta$, le nombre θ est nul ou positif, le nombre h est égal au plus à $\frac{1}{2}(d-1)(d-2)$ et au moins à l'entier le plus grand, égal ou inférieur à $\frac{1}{4}(d-1)^2$.

Cela étant posé, en prenant pour (d, h, n) des valeurs données quelconques qui satisfont à ces conditions, il existe *prima facie,* mais pas toujours, une courbe correspondante (d, h, n) : et quand cette courbe existe, elle peut exister, non pas pour la configuration générale des h droites, comme définie par le nombre n, mais seulement pour des configurations particulières de ces droites. Par exemple pour $(d, h, n) = (9, 16, 4)$, les seize droites sont situées sur un cône du quatrième ordre.

Il semble qu'il doit y avoir une courbe $(9, 16, 4)$; mais cette courbe n'existe pas, à moins que les seize droites ne soient les intersections de deux cônes du quatrième ordre (*voir* Cayley, *Collected mathem. papers,* t. V; 1892. *Notes and references;* 302-305).

Il s'agit de déterminer généralement dans quels cas il existe réellement une courbe (d, h, n). A. Cayley (Cambridge).

24. (S) **[D2bα]** Démontrer que, si q est dans le voisinage de 1, on a l'égalité asymptotique

$$1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + \ldots = \sqrt{\frac{\pi}{1-q}}.$$

Cesàro (Naples).

25. **[M¹5a]** Trouver l'équation intrinsèque générale des cubiques planes, et s'en servir pour la classification de ces courbes. Cesàro (Naples).

26. **[M³2b]** Comment peut-on engendrer une courbe gauche pour que, en un quelconque de ses points, ses rayons de courbure aient entre eux une relation donnée? Mannheim.

27. **[Q4a]** Dans un Mémoire sur le problème des aspects publié en 1882 (*S. M.*), j'ai été amené à classer les configurations de n points dans un plan, d'après la valeur d'un certain entier caractéristique ε, qui peut se définir comme il suit : Supposons tracées toutes les droites qui joignent les n points deux à deux;

Digitized by Google
Original from UNIVERSITY OF CALIFORNIA
Generated for WA (Library of Congress) on 2019-04-20 14:30 GMT / http://hdl.handle.net/2027/uc1.$b415067
Public Domain in the United States, Google-digitized / http://www.hathitrust.org/access_use#pd-us-google

n'admet pas d'intégrales algébriques. Il résulte de ce qu'a dit Mme de Kowalewski que la même méthode appliquée au problème de la rotation d'un corps solide montre qu'il admet de pareilles intégrales dans une infinité de cas. *Cette méthode est précisément celle qu'indique M. Appell.* H. Poincaré.

24. (Cesàro). — Cette formule résulte immédiatement des formules fondamentales des fonctions elliptiques.

Halphen (Tome I, page 264) donne la formule suivante

$$\vartheta_3(v\,|\,\tau) = \sqrt{\frac{i}{\tau}}\,\vartheta_3\left(\frac{v}{\tau}\,\middle|\,-\frac{1}{\tau}\right)$$

ce qui s'écrit

$$1 + 2\Sigma q^{n^2}\cos 2n\pi v = \sqrt{\frac{i}{\tau}}\,\Sigma e^{-\frac{i\pi}{\tau}(v-n)^2}.$$

Les sommations se rapportent à l'entier n; dans le premier membre, cet entier varie de 1 à $+\infty$, dans le second de $-\infty$ à $+\infty$. Posons

$$q = e^{-t}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{i}{\tau} = \frac{\pi}{t}.$$

L'égalité devient

$$1 + 2\Sigma q^{n^2}\cos 2n\pi v = \sqrt{\frac{\pi}{t}}\,\Sigma e^{\frac{-\pi^2(v-n)^2}{t}}$$

ou pour $v = 0$

$$1 + 2\Sigma q^{n^2} = \sqrt{\frac{\pi}{t}}\,\Sigma e^{-\frac{\pi^2 n^2}{t}}.$$

Si t est très grand, toutes les exponentielles

$$e^{-\frac{\pi^2 n^2}{t}}$$

deviennent extrêmement petites, sauf celle où $n = 0$, qui reste égale à 1.

D'où asymptotiquement

$$1 + 2\Sigma q^{n^2} = \sqrt{\frac{\pi}{t}} = \sqrt{\frac{\pi}{1 - e^{-t}}} = \sqrt{\frac{\pi}{1-q}}.$$

C. Q. F. D.

H. Poincaré.

24. (Cesàro). — *Deuxième réponse.* — Si l'on considère la fonction elliptique $\wp u$ à discriminant positif avec les périodes 2ω

Digitized by Google

Original from UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Generated for WA (Library of Congress) on 2019-04-20 14:30 GMT / http://hdl.handle.net/2027/uc1.$b415067
Public Domain in the United States, Google-digitized / http://www.hathitrust.org/access_use#pd-us-google