Tome V. Samedi 30 Novembre 1895 2e Année. — N° 48

L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTEUR SCIENTIFIQUE : J. BLONDIN

SECRÉTAIRE DE LA RÉDACTION : G. PELLISSIER

A PROPOS DE LA THÉORIE DE LARMOR (1)

§ 12. — IMITATIONS HYDRODYNAMIQUES

J'ai parlé précédemment des sphères pulsantes de Bjerknes et de l'imitation par ces sphères des phénomènes électrostatiques. J'ai fait ressortir l'analogie des mouvements qui se produisent dans l'eau au voisinage des sphères pulsantes et de ceux qui se produiraient dans l'éther au voisinage d'un corps électrisé dans la théorie de Fresnel adaptée.

Malheureusement, ainsi que je l'ai dit plus haut, l'analogie n'est pas complète ; les mouvements des sphères pulsantes et ceux qu'elles excitent dans le liquide sont alternatifs et périodiques. Avec la théorie de Fresnel adaptée au contraire les mouvements qui règnent dans l'éther doivent être continus.

Bjerknes a été amené à adopter des mouvements périodiques par suite de nécessités mécaniques ; mais il en résulte, comme je l'ai dit plus haut, que son imitation est imparfaite ; deux sphères pulsantes dont la phase est la même sont assimilables à deux conducteurs portant de l'électricité de même nom ; deux sphères dont la phase diffère de π sont assimilables à deux conducteurs portant de l'électricité de nom contraire ; mais *deux sphères dont la différence de phase n'est ni* o, *ni* π *ne sont assimilables à rien.*

L'imitation serait bien plus parfaite si le mouvement des sphères était continu au lieu d'être alternatif ; si le rayon de chaque sphère variait toujours dans le même sens avec une vitesse uniforme. Seulement il faudrait que le rayon des sphères fût assez grand, la vitesse de pulsation assez lente, la durée de l'expérience assez courte pour que pendant cette durée, les variations du rayon fussent négligeables. Ces conditions sont difficilement réalisables si l'on veut que les actions mutuelles des sphères soient sensibles. Si elles l'étaient cependant, on se rapprocherait des conditions de la théorie de Fresnel adaptée, et on s'affranchirait de la difficulté relative à la phase que je viens de signaler.

Une difficulté capitale subsisterait encore pourtant ; les effets hydrodynamiques sont bien l'image des effets électrostatiques, mais ils en sont une *image renversée.*

Deux sphères de même phase s'attirent tandis que deux corps portant de l'électricité de même nom se repoussent. Il y a *inversion.*

Les phénomènes électrodynamiques, de même que les phénomènes électrostatiques, sont susceptibles d'une imitation hydrodynamique. Lord Kelvin dans ses *Popular Lectures* parle d'un projet de modèle hydrokinétique dont je voudrais rappeler succinctement le principe.

Imaginons que dans un liquide indéfini soient plongés deux corps solides C et C', dont la forme sera annulaire ; chacun de ces corps

(1) Voir l'*Éclairage Électrique*, t. III, p. 5 et 289 ; t. V, p. 5.

sera formé d'un fil de faible section qui sera recourbé de façon que ses deux extrémités se rejoignent; on obtient ainsi une sorte d'anneau fermé.

Soient u, v, w les composantes de la vitesse d'une molécule liquide et envisageons l'intégrale

$$\int (u\,dx + v\,dy + w\,dz)$$

prise le long d'un contour fermé quelconque. Nous distinguerons trois sortes de contours fermés auxquels tous les autres peuvent se ramener.

Ceux de la première sorte seront ceux qui ne s'entrelacent pas avec les corps annulaires C et C'; on peut les réduire à un point par déformation continue et sans qu'ils cessent d'être tout entiers dans le liquide, sans qu'à aucun moment ils touchent C ou C'.

Ceux de la seconde sorte s'entrelacent une fois avec C. Tel serait par exemple le périmètre de la section du fil qui forme le corps C.

Ceux de la troisième sorte s'entrelacent une fois avec C'.

Il est clair qu'un contour quelconque peut être regardé comme la combinaison de divers contours appartenant à l'une de ces trois sortes.

Je suppose qu'à l'origine du temps on ait :

$$\int (u\,dx + v\,dy + w\,dz) = 0$$

pour un contour de la 1^{re} sorte ;

$$\int (u\,dx + v\,dy + w\,dz) = 4\pi i$$

pour un contour de la 2^{e} sorte ;

$$\int (u\,dx + v\,dy + w\,dz) = 4\pi i'$$

pour un contour de la 3^{e} sorte.

En vertu du théoreme de Helmholtz sur les tourbillons, ces équations vraies à l'origine des temps, ne cesseront jamais de l'être. Les lettres i et i' désignent donc des constantes.

Mais si l'on se rappelle les lois suivant lesquelles un champ magnétique est engendré par un courant, on apercevra immédiatement la conséquence suivante.

La vitesse u, v w du liquide représente en grandeur, direction et sens, la force magnétique engendrée par deux courants l'un d'intensité i suivant le fil C, l'autre d'insensité i' suivant le fil C'.

Ainsi dans le modèle de lord Kelvin, la vitesse du liquide est dirigée suivant la force magnétique, tandis que dans le modèle de Bjerknes, elle est dirigée suivant la force électrique. En d'autres termes, dans le modèle de lord Kelvin, la vitesse du liquide est la même que celle de l'éther dans la théorie de Larmor; dans le modèle de Bjerknes, elle est la même que celle de l'éther dans la théorie de Fresnel adaptée.

Lord Kelvin a montré que les deux corps C et C' ainsi plongés dans un liquide en mouvement, exercent l'un sur l'autre des actions mécaniques apparentes et que *ces actions sont les mêmes*, AU SENS PRÈS, *que celles qui s'exerceraient entre les deux courants que je viens de définir*, et qui suivent l'un le fil C avec l'intensité i, l'autre le fil C' avec l'intensité i'.

Les actions mécaniques d'origine hydrodynamique suivent absolument les mêmes lois que les actions d'origine électrodynamique : seulement il y a *inversion*; si les premières sont des répulsions, les secondes seront des attractions, et inversement.

Il est manifeste que l'explication des actions électrostatiques dans la théorie de Fresnel adaptée doit se rattacher aux expériences de Bjerknes; et que d'autre part l'explication des actions mutuelles des courants dans la théorie de Larmor doit se rattacher au modèle de lord Kelvin. Mais la difficulté provient de l'inversion. Il nous faut avant tout pénétrer les raisons de cette inversion.

§ 13. — CAUSES DE L'INVERSION

Pour cela il nous faut remonter aux principes généraux de la Mécanique. Considérons un système dont la situation soit définie par un certain nombre de paramètres

$$q_1\ q_2 \ldots\ q_n$$

que j'appellerai ses *coordonnées*.

Soient q'_1, q', ..., q'_n les dérivées de ces quantités par rapport au temps ; c'est ce que j'appellerai les *vitesses*.

Soit T l'énergie cinétique du système, U son énergie potentielle due aux forces intérieures. Soit enfin

$$Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \qquad + Q_n \delta q_n$$

le travail virtuel des forces extérieures au système pour des variations virtuelles δq_i des coordonnées q_i.

Les équations de Lagrange s'écrivent :

$$\frac{d}{dt}\frac{dT}{dq'_i} - \frac{dT}{dq_i} + \frac{dU}{dq_i} = Q_i. \qquad (1)$$

A l'exemple de Helmholtz dans sa théorie des systèmes monocycliques, nous distinguerons deux sortes de coordonnées :

Les coordonnées à variation lente que je désignerai par q_a.

Les coordonnées à variation rapide que je désignerai par q_b et qui se distinguent des premières par deux conditions :

T et U ne dépendent pas des q_b, mais seulement de leurs dérivées.

Les vitesses q'_b sont beaucoup plus grandes que les vitesses q'.

Ainsi U dépend des q_a seulement ; T dépend des q_a, des q'_a et des q'_b, il est homogène et du second degré par rapport aux q'_a et aux q'_b.

Les équations de Lagrange se réduisent alors, en ce qui concerne les q_b, à

$$\frac{d}{dt}\frac{dT}{dq'_b} = Q_b . \qquad (2)$$

Nous poserons

$$\frac{dT}{dq'_i} = p_i$$

et les quantités p_i s'appelleront les *moments* du système.

Il y a ainsi trois sortes de quantités à considérer en Mécanique, les coordonnées, les vitesses et les moments.

L'équation (2) devient

$$\frac{dp_b}{dt} = Q_b .$$

Je supposerai que Q_b est nul, ce qui donne :

$$p_b = \text{const.} \qquad (3)$$

Si donc il n'y a pas de force extérieure tendant à faire varier la vitesse des coordonnées q_b à variation rapide, les moments correspondants sont des constantes.

Je suppose maintenant que les forces extérieures Q_a soient choisies de façon à maintenir constants les q_a. Les q'_a sont alors nuls et les équations (3) dont les premiers membres dépendent des q'_b, des q_a qui sont constants et des q' qui sont nuls, ces équations, dis-je, dont le nombre est égal à celui des q'_b, montrent que les q'_b sont des constantes.

Le système se trouve ainsi dans une sorte de mouvement stationnaire, c'est à dire d'équilibre apparent et les Q_a nous font connaître les forces extérieures qu'il faut lui appliquer pour maintenir cet équilibre apparent.

Comme $\frac{dT}{dq'_a}$ ne dépend que des q_a, des q'_a et des q'_b qui sont nulles ou constantes, cette quantité est également une constante, de sorte que

$$\frac{d}{dt}\frac{dT}{dq'_a} = 0.$$

Si de plus, on suppose qu'il n'y a pas de forces intérieures au système, c'est à dire que $U = 0$, l'équation de Lagrange relative à q_a se réduit à

$$-\frac{dT}{dq_a} = Q_a. \qquad (4)$$

Les q'_a étant nuls, T ne dépend plus que des q_a et des q'_b, elle est homogène et du second ordre par rapport aux q'_b de sorte qu'on a

$$2T = \sum \frac{dT}{dq'} q_i = \sum p_b q'_b.$$

Les p_b étant des constantes, il paraîtra naturel de faire un changement de variables et d'exprimer T en fonctions des q_a et des p_b ; mais, pour éviter toute confusion, nous écrirons avec des d ordinaires les dérivées

$$\frac{dT}{dq_a}, \quad \frac{dT}{dq'_b},$$

prises par rapport aux variables anciennes et avec des ∂ ronds les dérivées

$$\frac{\partial T}{\partial q_a}, \quad \frac{\partial T}{\partial p_b},$$

prises par rapport aux variables nouvelles. On aura alors

$$\left.\begin{aligned} d\,T &= \sum \frac{d\,T}{d\,q_a} d\,q_a + \sum \frac{d\,T}{d\,q'_b} d\,q'_b \\ &= \sum \frac{d\,T}{d\,q_a} d\,q_a + \sum p_b\, d\,q'_b, \\ d\,T &= \sum \frac{\partial T}{\partial q_a} d\,q_a + \sum \frac{\partial T}{\partial p_b} d\,p_b. \\ 2\,d\,T &= \sum p_b\, d\,q'_b + \sum q'_b\, d\,p_b. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

La comparaison de la première et de la dernière des équations (5) donne

$$d\,T = \sum \;{}'_b\, d\,p_b - \sum \frac{d\,T}{d\,q_a} d\,q_a.$$

La comparaison de l'équation ainsi obtenue avec la seconde équation (5) donne

$$q'_b = \frac{\partial T}{\partial p_b}, \quad \frac{\partial T}{\partial q_a} = -\frac{d\,T}{d\,q_a},$$

de sorte que l'équation (4) devient

$$\frac{\partial T}{\partial q_a} = Q_a. \quad (6)$$

Ces équations sont vraies quand on suppose les q_a et les q'_b constants ; mais elles le sont encore approximativement si on suppose que les q_a varient d'une façon excessivement lente. Alors les q'_b varieront d'une façon excessivement lente, mais ils varieront ; tandis que les p_b seront rigoureusement constants si les Q_b sont nuls.

Supposons maintenant que les Q_b ne soient pas nuls, mais qu'ils aient des valeurs telles que les q'_b demeurent rigoureusement constants, tandis que les p_b et les q_a varieront d'une façon excessivement lente.

Il convient alors de prendre pour variables, non plus les p_b et les q_a, mais les q'_b et les q_a et de revenir à l'équation

$$-\frac{d\,T}{d\,q_a} = Q_a. \quad (4)$$

Dans cet état de mouvement stationnaire ou quasi-stationnaire, dans cet état d'équilibre apparent, le système semble soumis à certaines forces apparentes, égales et contraires aux forces extérieures qu'on est obligé d'appliquer pour maintenir l'équilibre.

Quand on donne aux q_a des accroissements virtuels δq_a, le travail virtuel de ces forces extérieures sera

$$\sum Q_a\, \delta q_a.$$

C'est la définition même des Q_a. Le travail virtuel des forces apparentes qui leur font équilibre sera donc

$$-\sum Q_a\, \delta q_a.$$

Si les *moments* p_b sont maintenus constants, l'équation (6) nous donne pour ce travail virtuel

$$-\sum \frac{\partial T}{\partial q_a} \delta q_a = -\delta T.$$

Cela signifie que ces forces apparentes tendent à diminuer l'énergie T du système, (et d'ailleurs, on ne saurait supposer le contraire sans admettre le mouvement perpétuel).

Si, au contraire ce sont les *vitesses* q'_b qui sont maintenues constantes, l'équation (4) nous donne pour ce travail virtuel

$$\sum \frac{d\,T}{d\,q_a} \delta q_a = \delta T.$$

Cela signifie que ces forces apparentes tendent à augmenter l'énergie T du système ; cela n'est pas contraire au principe de la conservation de l'énergie, et en effet, pour maintenir les q'_b constants, il faut que les Q_b ne soient pas nuls, il faut donc faire intervenir une force extérieure, ce qui peut entraîner une dépense de travail.

Avant d'appliquer ces principes à l'électricité, il sera peut être utile de les éclaircir par un exemple mécanique simple. Je choisirai le régulateur à force centrifuge.

Nous aurons un paramètre à variation lente q_b qui sera l'écartement des deux boules et un paramètre à variation rapide dont la dérivée q'_b sera la vitesse de rotation du régulateur.

L'énergie cinétique T sera (A étant un facteur constant)

$$T = \frac{1}{2} A q_a^2 q_b'^2 , \tag{7}$$

et le moment sera

$$p_b = A q_a^2 q_b' ;$$

ce sera le moment de rotation. On a donc

$$T = \frac{p_b^2}{2 A q_b^2}. \tag{8}$$

La force apparente est ici la force centrifuge qui tend à écarter les deux boules, elle est égale à

$$-Q_a = \frac{dT}{dq_a} = -\frac{\partial T}{\partial q_a}$$

Elle tend à augmenter q_a. Si donc, il n'y a aucun couple extérieur tendant à maintenir constante la vitesse de rotation, le moment de rotation est constant et la force centrifuge tend à *diminuer* T parce que dans l'équation (8) (où l'on suppose p_b constant) q_a est au dénominateur.

Si au contraire, il y a un couple extérieur qui maintient constante la vitesse de rotation, la force centrifuge tend à *augmenter* T, parce que dans l'équation (7) (où l'on suppose q_b' constant) q_a est au numérateur. Seulement quand les boules s'écartent, il faut dépenser du travail qui est emprunté au couple extérieur.

§ 14. Application a l'électrostatique.

Dans la théorie de Larmor, on regarde l'énergie électrostatique comme de l'énergie potentielle; dans un champ électrique constant, on a donc

$$T = 0$$

ou, si l'on désigne par E l'énergie totale T + U,

$$E = U.$$

Si ce champ est engendré par deux petites sphères électrisées, cette énergie U dépend des charges des deux sphères *qui sont des constantes* et de leur distance qui sera notre paramètre à variation lente et que j'appellerai q_a.

Ces deux sphères exerceront l'une sur l'autre une attraction ou une répulsion qu'il faudra contrebalancer par une force extérieure si l'on veut maintenir l'équilibre. Cette force extérieure, je la désigne par Q_a conformément aux rotations adoptées ; si Q_a est positif les deux sphères s'attirent et la force extérieure qui doit contrebalancer cette attraction doit tendre à écarter les deux sphères l'une de l'autre.

Comme T est nul, l'équation de Lagrange se réduit à

$$\frac{dU}{dq_a} = Q_a ,$$

ou

$$\frac{dE}{dq_a} = Q_a. \tag{9}$$

Passons à l'imitation hydrodynamique de Bjerknes que je modifierai un peu afin d'éviter la difficulté provenant des différences de phases.

La distance des deux boules q_a sera notre paramètre à variation lente.

Leurs rayons q_b et q_c seront nos paramètres à variation rapide. Je supposerai que les vitesses q_b' et q_c sont *constantes*, mais assez faibles pour que pendant la durée de l'expérience q_b et q_c n'éprouvent pas de variation sensible.

Si donc je regarde q_b et q_c comme des paramètres « à variation rapide » ce n'est pas que leurs dérivées q_b' et q' sont très grandes d'une manière absolue (elles sont, au contraire très petites) c'est parce qu'elles sont beaucoup plus grandes que q_a'.

Comme dans l'imitation de Bjerknes, ce sont ces deux vitesses q_b' et q_c' qui correspondent aux charges des sphères, elles doivent être maintenues constantes.

L'équation (4) nous donne alors :

$$-\frac{dT}{dq_a} = Q_a$$

et comme

$$U = 0, \; T = E ,$$

on peut écrire :

$$-\frac{dE}{dq_a} = Q_a. \tag{10}$$

La comparaison des équations (9) et (10) montre qu'il y a inversion.

Observons de plus que si la vibration des sphères n'était pas entretenue par une force extérieure, les vitesses q'_b et q'_c ne resteraient pas constantes quand la distance q_a varierait. Pour maintenir ces vitesses constantes, (ou en supposant des pulsations périodiques, comme dans l'expérience réalisée par Bjerknes, pour maintenir constante l'amplitude des vibrations), il faut une intervention extérieure, tandis qu'aucune intervention n'est nécessaire pour maintenir les charges de deux sphères électrisées quand elles s'éloignent ou se rapprochent. C'est encore là une différence entre le phénomène électrique et son imitation hydrodynamique, différence qui d'ailleurs, comme nous allons le voir, est intimement liée à l'inversion.

Supposons maintenant qu'on ait réalisé une autre imitation dynamique où intervient un système dépendant de trois paramètres q_a, q_b, q_c, le premier à variation lente, les deux autres à variation rapide. Le premier serait la distance des deux corps qui rempliraient le rôle des deux sphères électriques.

Mais je suppose que les charges de ces deux sphères, au lieu d'être représentées par les *vitesses* q'_b et q'_c soient représentées par les moments correspondants p_b et p_c.

Je suppose en outre que la force vive $T = E$ du système soit égale à l'énergie électrostatique des deux sphères.

Il arrivera d'abord que *sans aucune intervention extérieure*, ces moments demeureront constants, ainsi que font les charges électriques qu'ils représentent.

De plus, comme ces moments sont constants, l'équation (6) nous donnera :

$$\frac{\partial T}{\partial q_a} = Q_a$$

ou

$$\frac{\partial E}{\partial q_a} = Q_a.$$

Il n'y a donc plus inversion.

J'ai dit plus haut que, parmi les quantités qu'on est amené à envisager en mécanique, il faut distinguer les coordonnées, les vitesses et les moments, et l'on peut résumer la discussion qui précède en disant que *l'inversion dans l'expérience de Bjerknes provient de ce qu'on a représenté les charges électriques par des vitesses, tandis qu'il fallait les représenter par des moments.*

§ 15 APPLICATION A L'ÉLECTRODYNAMIQUE.

Appliquons les mêmes principes à l'appareil de lord Kelvin, et pour cela rappelons d'abord quelles doivent être les bases de toute théorie dynamique du champ électrodynamique. Nous n'avons qu'à nous reporter à un chapitre célèbre du grand *Traité d'Électricité* de Maxwell, 4^e partie, chapitre VI, article 568.

Il convient de supposer que l'énergie électromagnétique du champ représente la force vive T de l'éther ; l'état du système est défini par un certain nombre de paramètres à variation lente q_a qui définissent la position relative des deux circuits, et par deux paramètres à variation rapide q_b et q_c.

L'hypothèse admise par Maxwell, c'est que les intensités des deux courants ne sont autre chose que les dérivées q'_b et q'_c de ces paramètre. *Ce sont donc des vitesses.*

Nous exprimerons donc T en fonction des intensités et des q''_a, c'est à dire de q'_b, de q'_c et des q_a ; l'équation (4) nous donnera alors

$$-\frac{dT}{dq_a} = Q_a. \tag{4}$$

D'autre part, q'_b et q_c étant des vitesses et non des moments, ne se conserveront pas constantes s'il n'y a pas d'intervention extérieure. Les intensités des courants ne peuvent donc demeurer constantes si une cause extérieure ne les maintient pas ; et c'est en effet ce qui arrive ; cette cause extérieure nécessaire pour entretenir l'intensité du courant, c'est l'énergie fournie par la pile.

Je précise davantage ma pensée ; quand même la position relative des deux circuits ne varierait pas, les courants ne pourraient se maintenir qu'en empruntant de l'énergie à la pile. Cette énergie, destinée à surmonter la résistance des circuits se retrouve sous forme de chaleur de Joule.

Mais ce n'est pas seulement cela que je veux dire. Si les circuits étaient des conducteurs parfaits, l'intensité des courants pourrait se maintenir constante sans rien emprunter à la pile, pourvu que la position de ces circuits ne varie pas.

Si au contraire, la position des circuits varie, (bien que nous les supposions absolument dépourvus de résistance) l'intensité ne pourra demeurer constante sans l'intervention de la pile.

En effet, l'équation de Lagrange nous donne

$$\frac{d}{dt}\frac{d\,\mathrm{T}}{d\,q'_b} = \mathrm{Q}_b,$$

et ici

$$\mathrm{Q}_b = \mathrm{E}_b - \mathrm{R}_b\, i_b,$$

E_b étant la force électromotrice de la pile du premier circuit, $i_b = q'_b$ l'intensité correspondante, R_b la résistance du circuit.

Si le circuit est un conducteur parfait et si la pile n'intervient pas, on aura

$$\mathrm{E}_b = \mathrm{R}_b = 0,$$

d'où

$$\mathrm{Q}_b = 0,$$

et par conséquent

$$\frac{d\,\mathrm{T}}{d\,q} = p_b = \text{const.}$$

De même p_c sera une constante. Les moments p_b et p_c dépendent de q'_b, q'_c et des q_a; si ces moments sont constants et si les q_a varient, il faut donc bien que les q'_b et les q'_c varient également,

Dans le cas de la nature, les circuits ont une résistance finie, et il faut toujours emprunter de l'énergie à la pile; seulement si les circuits ne se meuvent pas, l'énergie empruntée à la pile est égale à la chaleur de Joule ; s'ils se déplacent, elle est plus grande ou plus petite parce que la force électromotrice d'induction vient s'ajouter à celle de la pile.

Passons maintenant à l'appareil de lord Kelvin.

Les intensités sont représentées par des intégrales de la forme

$$\frac{1}{4\pi}\int\left(u\,dx + v\,dy + w\,dz\right).$$

En vertu du théorème de Helmholtz, ces intégrales demeurent constantes sans l'intervention d'aucune force extérieure.

Cela nous avertit déjà que les intégrales qui représentent les intensités sont des moments et non pas des vitesses.

Avec nos notations, il convient donc de les désigner par p_b et p_c de sorte que si l'énergie T est exprimée en fonction des intensités et des q_a, T sera une fonction de p_b, p_c et des q_a.

L'équation (6) nous donne alors

$$\frac{\partial\,\mathrm{T}}{\partial\,q_a} = \mathrm{Q}_a. \qquad (6)$$

Ce résultat est d'ailleurs une simple conséquence du principe de la conservation de l'énergie. Soit, en effet δq_a l'accroissement virtuel de q_a, le travail virtuel des forces extérieures sera

$$\sum \mathrm{Q}_a\,\delta q_a.$$

On devra donc avoir

$$\sum \mathrm{Q}_a\,\delta q_a = \delta\mathrm{T} = \sum\frac{\partial\,\mathrm{T}}{\partial\,q_a}\delta q_a + \frac{\partial\,\mathrm{T}}{\partial\,p_b}\delta p_b + \frac{\partial\,\mathrm{T}}{\partial\,p_c}\delta p_c.$$

Mais, comme les intégrales p_b et p_c sont constantes en vertu du théorème de Helmholtz, δp_b et δp_c sont nuls et il reste

$$\sum \mathrm{Q}_a\,\delta q_a = \sum\frac{\partial\,\mathrm{T}}{\partial\,q_a}\delta q_a,$$

ou en identifiant

$$\mathrm{Q}_a = \frac{\partial\,\mathrm{T}}{\partial\,q_a}.$$

La comparaison des équations (4) et (6) montre qu'il y a inversion.

D'où la conclusion suivante :

S'il y a inversion dans l'appareil de lord Kelvin, c'est parce qu'on a représenté les intensités par des moments, tandis qu'il fallait les représenter par des vitesses.

Dans l'expérience de Bjerknes et dans celle de lord Kelvin, la cause de l'inversion est analogue, mais pour ainsi dire inverse.

H. POINCARÉ,
de l'Institut,
Professeur de Physique mathématique
à la Sorbonne.

L'ÉCLAIRAGE PAR LES GLOBES HOLOPHANES

J'ai eu l'occasion à plusieurs reprises ([1]) de signaler à nos lecteurs l'apparition des globes dits holophanes et les progrès réellement importants qu'ils ont fait faire à l'éclairage en général.

Dans un article sur la diffusion et la distribution de la lumière par les appareils holophanes ([2]), j'ai montré toute l'utilité que l'on pouvait tirer de la diffusion et surtout de la répartition de la lumière suivant une loi donnée.

Je crois le moment venu, aujourd'hui que l'emploi des globes holophanes est si répandu en France, de donner une étude détaillée de la constitution et de la fabrication de ces appareils ([3]).

INTRODUCTION.

Je reviendrai tout d'abord rapidement sur quelques notions d'éclairage public en renvoyant pour plus de détails sur cette question générale à un récent travail de M. Blondel sur « l'Éclairage public par les lampes à arc » ([4]) et en insistant uniquement sur la définition des diverses sortes d'éclairement et de leur détermination graphique.

Considérons (fig. 1) la courbe des intensités lumineuses ou photométriques d'un arc à courant continu et la courbe des flux lumineux qui s'en déduit graphiquement par la méthode bien connue de M. Rousseau.

Dans l'éclairage public on définit trois sortes d'éclairement :

L'éclairement *normal* est le rapport du flux

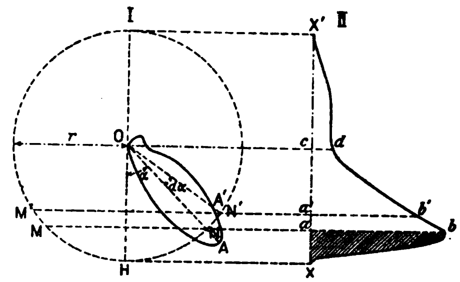

Fig. 1. — Détermination du flux lumineux par la méthode de M. Rousseau. — I. Courbe des intensités — II. Courbe des flux.

lumineux $d\Phi$ reçu par une surface dS normale au rayon à cette surface,

$$E = \frac{d\Phi}{dS}.$$

L'éclairement normal se déduit facilement de la courbe des intensités (fig. 2). Traçons,

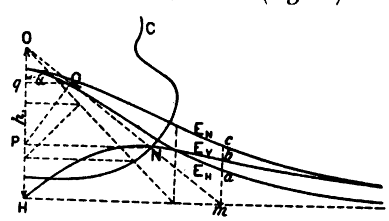

Fig. 2. — Détermination graphique des éclairements. — C, courbe photométrique ; — E_n, courbe d'éclairement normal ; — E_h, conrbe d'éclairement horizontal ; — E_v, courbe d'éclairement vertical.

en effet, sur celle-ci un rayon $Om = r$ aboutissant au point m et soit $I_\alpha = ON$ l'intensité dans cette direction, la loi du carré des distances donne

$$E_n = \frac{I_\alpha}{r^2}$$

ou, en désignant par h la projection du rayon r sur la verticale OH

$$E_n = \frac{I_\alpha \cdot \cos^2\alpha}{h^2}.$$

([1]) *Lumière Électrique*. Vol. LXVII, page 583, 1893. — Vol. LXVIII, page 53, 1893. — Vol. LII, page 23, 1894.

([2]) L'*Éclairage Électrique*, page 308, volume I, 1894.

([3]) D'après les brevets et les documents qu'ont bien voulu me fournir MM. Engelferd et Cie.

([4]) *Génie Civil*, février-mars 1895. — *Revue industrielle*, août-septembre 1895.