mier donné p supérieur à 3; il arrive à cette curieuse formule

$$0 < 2(4h)^{n-2h} e,$$

h désignant le produit

$$h = 2.3^{\frac{1}{2}}.5^{\frac{1}{4}}\dots$$

étendu à tous les nombres premiers qui précèdent p.

Les diverses méthodes employées dans ce Mémoire sont ingénieuses, et simples dans leurs principes, bien qu'entraînant à des calculs assez complexes. Ceux-ci demanderaient à être un peu plus développés sur quelques points. Quant aux résultats, ils sont à la fois nouveaux et intéressants, et se rapportent à des parties difficiles de la théorie.

La Commission juge, en conséquence, qu'il y a lieu de décerner le prix à ce Mémoire.

M. le Président ouvre en séance le pli cacheté annexé au Mémoire n° 2, qui porte la devise : *Labor improbus non omnia vincit.*

L'auteur du Mémoire couronné est M. **Edmond Maillet**, Ingénieur des Ponts et Chaussées.

PRIX BORDIN.

(Commissaires : MM. Picard, M. Lévy, Appell, Darboux;
Poincaré, rapporteur.)

Le sujet proposé par l'Académie était *la théorie des lignes géodésiques.* Deux Mémoires ont été envoyés au concours. Le Mémoire n° 2 a surtout attiré l'attention de la Commission.

L'auteur démontre d'abord le théorème fondamental qui lui sert de point de départ. Soit V une fonction quelconque uniforme des coordonnées de la surface. La surface peut être partagée en deux régions; dans la première, quand on suivra une géodésique, la fonction V pourra avoir des maxima, mais ne pourra avoir de minima; dans la seconde, ce sera l'inverse.

Comme, en laissant de côté certaines géodésiques exceptionnelles, la fonction V doit avoir une infinité de maxima et de minima, on conclut aisément que chaque géodésique doit passer une infinité de fois dans chacune de ces régions et, par conséquent, franchir une infinité de fois la ligne qui les sépare.

La fonction V étant arbitraire dans une très large mesure, on conçoit qu'on puisse tirer de là les théorèmes les plus variés.

J'en citerai seulement deux :

Sur une surface fermée à courbure partout positive, deux géodésiques fermées se coupent toujours.

Sur une surface à courbures partout opposées, il ne peut y avoir qu'une géodésique fermée sans point double.

Les résultats précédents s'étendent sans difficulté aux équations de la Dynamique quand il y a deux degrés de liberté. Mais il n'en est plus de même quand le nombre des degrés de liberté est plus considérable.

On n'a plus alors deux régions, mais trois régions; dans la première, il ne peut y avoir que des maxima de V; dans la seconde, il ne peut y avoir que des minima; dans la troisième, il peut y avoir des maxima et des minima. Tout ce que l'on peut affirmer alors, c'est qu'aucune trajectoire ne peut rester indéfiniment dans l'une des deux premières régions.

Du résultat ainsi restreint l'auteur a su cependant tirer une conséquence intéressante, je veux parler de la démonstration de la réciproque du théorème de Dirichlet. D'après cette réciproque, l'équilibre est instable quand la fonction des forces n'est pas maximum.

Cette proposition a été souvent énoncée sans démonstration; l'auteur la démontre rigoureusement en laissant de côté certains cas exceptionnels. Malheureusement, sur ce point il avait été devancé.

M. Kneser avait déjà traité la même question dans le *Journal de Crelle*, et M. Liapounoff s'en était également occupé. M. Kneser n'examine, il est vrai, qu'un cas particulier, celui où la fonction des forces est minimum; mais M. Liapounoff traite le cas général. L'auteur du Mémoire a ajouté une discussion qui lui appartient en propre, et, d'ailleurs, la façon dont il rattache ce théorème à une théorie plus générale n'est pas sans intérêt.

Il est sans doute excusable de n'avoir pas connu le Mémoire de M. Liapounoff, qui n'a paru qu'en langue russe; la priorité n'en appartient pas moins incontestablement au savant de Kharkow.

L'auteur montre également, mais en se bornant à une simple indication, comment les mêmes procédés sont applicables à la question de la stabilité des mouvements périodiques.

Il indique également comment on pourra restreindre encore les régions où une trajectoire donnée doit forcément pénétrer, comment on peut trouver une relation d'inégalité entre le maximum absolu et le minimum absolu de V, mais là encore il doit se contenter de simples indications.

Une question assez différente, mais très importante, est abordée à la fin du Mémoire : c'est celle du domaine propre et du domaine étendu d'une trajectoire. L'auteur appelle ainsi l'ensemble dérivé de l'ensemble des points d'intersection de cette trajectoire avec une courbe fermée quelconque, et divers autres ensembles analogues qu'on peut en déduire. Il ne fait qu'effleurer cette question si difficile et arrive à quelques résultats partiels.

Il semblera d'abord que le Mémoire que nous venons d'analyser ne contient que fort peu de résultats, surtout si l'on considère que l'un d'eux n'était pas inédit. Mais la Commission a jugé que l'auteur avait montré une grande ingéniosité d'esprit, avait mis en avant une foule d'idées nouvelles qui, selon toute apparence, seront un jour fécondes; le temps seul lui a manqué pour en tirer un plus grand parti. Le petit nombre de résultats précis qui sont énoncés dans ce travail suffit pour ne laisser aucun doute à cet égard. La Commission estime en conséquence qu'il y a lieu de décerner le prix Bordin au Mémoire n° 2 portant pour devise

Tolluntur in altum ut lapsu graviore cadant,

et dont l'auteur est M. **Jacques Hadamard**, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

PRIX FRANCOEUR.

(Commissaires : MM. Darboux, Hermite, Poincaré, Picard ;
J. Bertrand, rapporteur.)

La Commission décerne le prix Francœur pour l'année 1896 à M. **A. Valson**, pour l'ensemble de ses travaux et particulièrement pour le concours si dévoué qu'il a apporté à la publication des douze premiers Volumes des *Œuvres de Cauchy*.