

RAPPORTS.

Rapport sur un Mémoire de M. Le Roy, intitulé : « Sur l'intégration des équations de la chaleur. »

(Commissaires : MM. Appell, Poincaré, rapporteur.)

« L'étude de la propagation de la chaleur est l'un des problèmes classiques de la Physique mathématique ; c'est pour le résoudre que Fourier a doté cette Science de ses méthodes les plus fécondes et, malgré les progrès accomplis, le mathématicien a toujours intérêt à y revenir, non seulement à cause des applications immédiates à la Physique, mais surtout à cause du retentissement que toute découverte faite dans ce domaine ne peut manquer d'avoir dans toutes les autres parties de la Physique mathématique.

» Il était intéressant de revenir sur le problème de Fourier, en utilisant les résultats relatifs à la théorie du potentiel obtenus récemment par de nombreux géomètres et les méthodes dont ces géomètres se sont servis ; c'est ce qu'a fait M. Le Roy dans le Mémoire qu'il soumet au jugement de l'Académie.

» Dans la première Partie de ce travail, rempli d'aperçus originaux, l'auteur étudie les équations de l'équilibre thermique au point de vue de la généralisation du principe de Dirichlet.

» L'équation à intégrer est de la forme suivante :

$$(1) \quad \Delta V + a \frac{dV}{dx} + b \frac{dV}{dy} + c \frac{dV}{dz} = f(x, y, z, V) + \varphi(x, y, z)$$

et la solution cherchée V est assujettie, en outre, à certaines conditions de continuité et à prendre des valeurs données sur une surface fermée.

» Dans un grand nombre de cas, le problème ne comporte qu'une solution et M. Le Roy commence par étudier cette proposition, qui a été démontrée d'abord par M. Picard. En se servant d'une remarque de M. Paraf, l'auteur complète sur certains points les résultats de M. Picard, qu'il retrouve d'ailleurs et qu'il expose d'une manière originale.

» Abordant ensuite le cas où l'équation (1) est linéaire et où

$$a dx + b dy + c dz$$

est une différentielle exacte, M. Le Roy se préoccupe de démontrer la possibilité du problème. Ses méthodes sont calquées sur celles qui servent à établir le principe de Dirichlet; mais elles ne supposent pas ce principe établi, sauf dans les domaines sphériques.

» Après avoir démontré un théorème analogue à celui de Harnack, M. Le Roy résout le problème pour une sphère et pour un domaine limité par deux sphères concentriques. Il y arrive par une combinaison de la méthode des approximations successives de M. Picard et du procédé alterné de M. Schwarz. Pour étendre le résultat à un domaine quelconque, l'auteur se sert de la méthode du balayage, qu'il adapte à son objet nouveau par d'ingénieux perfectionnements.

» Cette première Partie se termine par d'intéressantes propositions relatives aux équations non linéaires.

» Dans la seconde Partie de son Mémoire, l'auteur étudie des fonctions qu'il appelle *fondamentales* et qui sont des potentiels de simple couche satisfaisant, sur la surface attirante, à l'équation

$$\frac{dV}{dn} + \frac{dV'}{dn'} = \lambda V.$$

» Ces fonctions ne sont pas identiques à celles que M. Poincaré a étudiées dans son travail sur la méthode de Neumann et qui satisfont à l'équation

$$\frac{dV}{dn} = \lambda \frac{dV'}{dn'},$$

mais elles peuvent se traiter de la même manière et avec un succès analogue.

» Il est à remarquer que, pour ces fonctions nouvelles, la démonstration peut s'étendre aux surfaces multiplement connexes.

» M. Le Roy généralise ces fonctions et arrive à une classe très générale de fonctions fondamentales comprenant à la fois, comme cas particuliers, celles dont il vient d'être question et celles de M. Poincaré.

» Il peut montrer ainsi que la méthode de Neumann est applicable aux surfaces multiplement connexes, ou à trouver la valeur de V , connaissant $\frac{dV}{dn}$ sur une surface fermée.

» La troisième Partie est consacrée au refroidissement des corps solides.

» Le cas où la surface est maintenue à une température constante peut se traiter à l'aide d'une ingénieuse généralisation de la méthode du balayage.

L'analogie avec le problème de Dirichlet est parfaite. On retrouve les mêmes séries procédant suivant des fonctions analogues aux fonctions fondamentales, et M. Le Roy montre aussi que les procédés d'approximations successives de M. Picard sont encore applicables.

» On voit quelle est la variété des problèmes traités par l'auteur, et l'ingéniosité des procédés qu'il a employés. Le Mémoire présenté au jugement de l'Académie réalise un important progrès dans les méthodes de la Physique mathématique et nous paraît mériter d'être inséré au *Recueil des Savants étrangers*. »

CORRESPONDANCE.

M. le **MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats pour la chaire de Physique végétale du Muséum d'Histoire naturelle, vacante par suite du décès de M. *Georges Ville*.

(Renvoi aux Sections de Botanique et d'Économie rurale.)

M. le **PRÉFET DE LA SEINE** informe l'Académie que le Conseil municipal vient d'autoriser l'érection du monument à la mémoire de Lavoisier, sur la place de la Madeleine. Une subvention de trois mille francs avait été votée récemment pour cet objet.

M. le **SECRETÉAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Les Comptes rendus du deuxième Congrès international de Chimie appliquée, organisé par l'Association des chimistes de sucrerie et de distillerie de France et des Colonies.

2° Un Ouvrage de M. *Delebecque* intitulé « Les lacs français ». (Présenté par M. Michel Lévy.) M. le Secrétaire perpétuel insiste sur l'importance des résultats obtenus par l'auteur, aux points de vue géographique, géologique, physique et chimique.