Tome XXXI. Samedi 19 Avril 1902. 9e Année. — N° 16.

POINCARÉ 190.
POTIER

L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE DES TRANSFORMATIONS

Électriques — Mécaniques — Thermiques

DE

L'ÉNERGIE

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — **A. D'ARSONVAL**, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — **G. LIPPMANN**, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — **D. MONNIER**, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — **H. POINCARÉ**, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — **A. POTIER**, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — **A. WITZ**, Ingénieur des Arts et Manufactures, Professeur à la Faculté libre des Sciences de Lille. — **J. BLONDIN**, Agrégé de l'Université, Professeur au Collège Rollin.

SUR LES EXPÉRIENCES DE M. CRÉMIEU

ET UNE OBJECTION DE M. WILSON

On sait que M. Pocklington (1) et après lui M. Wilson (2) ont dirigé contre les expériences de M. Crémieu (3) diverses critiques et qu'ils ont prétendu, par exemple, que ces expériences, loin d'être en contradiction avec les théories régnantes, en étaient au contraire une confirmation indirecte, parce que l'effet des courants de convection devait être compensé par celui des courants de conduction régnant dans l'écran qui sépare l'appareil astatique du disque tournant.

Récemment, M. Righi, dans un article du *Nuovo Cimento*, est revenu sur cette question et, sans adopter tout à fait le point de vue de M. Wilson, il dit qu'il serait désirable qu'on

(1) H.-C. Pocklington. Sur les équations de l'électrodynamique et les expériences de Crémieu. *Phil. Mag.*, 6e série, t. I, p. 325, mars 1901 ; *Écl. Élect.*, t. XXVII, p. 304, 25 mars 1901.

(2) H.-A. Wilson. Sur l'effet magnétique de la convection électrique, et sur les expériences de Rowland et de Crémieu. *Phil. Mag.*, 6e série, t. II, p. 144, juillet 1901 ; *Écl. Élect.*, t. XXVIII, p. 188, 3 août 1901. — Idem., *Phil. Mag.*, 6e série, t. II, p. 319, septembre 1901 : *Écl. Élect*, t. XXIX, p. 138, 26 octobre 1901.

(3) V. Crémieu. Recherches sur l'existence du champ magnétique produit par le mouvement d'un corps électrisé. *Comptes rendus de l'Académie*, t. CXXX, p. 1544, 5 juin 1900 ; *Écl. Élect.*, t. XXIII, p. 425, 16 juin 1900. — Recherches sur l'effet inverse du champ magnétique que devrait produire le mouvement d'un corps électrisé, *C. R.*, t. CXXXI, p. 578, 8 octobre 1900 ; *Écl. Élect.*, t. XXV, p. 131, 20 octobre 1900. — Sur les expériences de M. Rowland, relatives à l'effet magnétique de la convection électrique, *C. R.*, t. CXXXI, p. 797, 12 novembre 1900 ; *Écl. Élect.*, t. XXV, p. 326, 24 novembre 1900. — Nouvelles recherches sur la convection électrique, *C. R.*, t. CXXXII, p. 327, 11 février 1901 ; *Écl. Élect.*, t. XXVI, p. 419, 16 mars 1901. — Action magnétique des courants ouverts, *C. R.*, t. CXXXII, p. 1103, 6 mai 1901 ; *Écl. Élect.*, t. XXVII, p. 272 et 310, 18 et 25 mai 1901. — Réponse à la note de M. Wilson, *Écl. Élect.*, t. XXVIII, p. 191, 3 avril 1901.

reprît l'étude théorique de l'influence possible d'un écran dans ces phénomènes [1].

Dans ces conditions, nous croyons utile de publier une correspondance échangée entre MM. Potier et Poincaré du 4 décembre 1900 au 13 janvier 1901.

Dans cette correspondance, l'influence de l'écran était discutée complètement et nos deux collaborateurs furent d'accord pour reconnaître que cette influence est nulle. C'était d'avance réfuter l'objection de M. Wilson.

Nos lecteurs se souviennent en effet que dès le mois de novembre 1900, M. Potier avait soulevé la question dans une courte note insérée dans ce journal [2].

Cher Confrère,

L'image ci-dessous (fig. 1) vous paraîtra-t-elle satisfaisante? Quand un point électrisé de masse m se meut, le champ magnétique a pour valeur $\frac{mv \sin \alpha}{r^2}$; il est dépourvu de potentiel et il est facile de constater que $\int \mathcal{H}_s \, ds$ le long d'un cercle dont l'axe est v est bien la dérivée, par rapport au temps, du flux d'induction électrique à travers ce cercle. Les lignes de courant de déplacement arrivent toutes en m pour s'épanouir dans l'espace.

Entourons m d'un écran conducteur (fig. 1) ; toutes les lignes de courant vont se fermer par la surface interne de celui-ci, et si je décris une courbe fermée passant par A, enveloppant ou non le con-

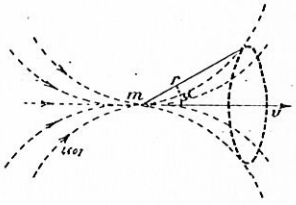

Fig. 1.

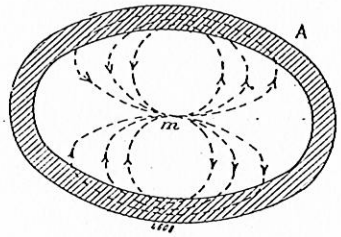

Fig. 2.

ducteur, mais ne pénétrant pas dans l'espace vide où se trouve m, le flux total d'induction à travers cette courbe sera *nul*, puisque les lignes de courant sont termées à l'intérieur de l'écran ; c'est là la différence essentielle. Ainsi, il y a un potentiel magnétique uniforme à l'extérieur de l'écran. Supposez-le de révolution autour de v, et la force magnétique en A devra être nulle. Il est plus long de le démontrer pour une forme quelconque, mais cela suffit pour mettre en évidence le rôle de l'écran.

Votre dévoué,

A. Potier.

Mon cher Confrère,

Il était convenu que je vous écrirais le résultat de mes réflexions sur notre conversation de dimanche.

La question en litige était de savoir si les expériences de Crémieu sont ou non contraires aux idées anciennes.

---

[1] Depuis que ces lignes ont été livrées à l'impression, M. Righi est revenu sur la question dans un nouvel article du *Nuovo Cimento* et M. Levi Civiva a publié dans les *Atti dei Lincei* une analyse dont les conclusions sont tout à fait d'accord avec celles de la correspondance que nous reproduisons ici.

[2] A. Potier. Sur l'effet magnétique de la convection électrique, *Écl. Élect.*, t. XXV, p. 351, 1er décembre 1900.
N. d. l. R.

Pour cela, il faut d'abord savoir ce que c'est que « les idées anciennes ».

Ne les cherchons pas dans Maxwell, où on trouve tout ce qu'on veut; admettons que par définition, les « idées anciennes », ce sont les idées de Hertz.

Mais, quelles sont les idées de Hertz ?

Sur ce point, nous sommes, je crois, en désaccord.

En relisant le mémoire de Hertz, en rentrant, je n'ai fait que me confirmer dans ma manière de voir. Je prends le mémoire *Grundgleichungen für bewegte Körper*, et les pages de mes citations se rapportent à l'édition *Untersuchungen ueber die Ausbreitung der Elektrischen Kraft*, Leipzig, Barth, 1892 : page 264, *Den ganzen elektrodyn. Theil der Kraft* (magnétique), *erhalten wir wenn wir in dem Ausdruck* $4\pi Au$ (le courant total) *ersetzen durch,*

$$4\pi Au + A\frac{dX}{dt} + A\alpha\sum\frac{dX}{dx}. \qquad (1)$$

Der letzte Theil dieser Aussage findet in der Rowland'schen Versuche die gewünschte Bestätigung.

A est un coefficient numérique $= \frac{1}{3.10^{10}}$; mais qu'est-ce que qu'α ? C'est la vitesse de la *matière* ; page 258, *Wo wir im Raume greifbare Materie finden, entnehmen wir der Bewegung dieser eindeutig die Werthe der* α, β, γ.

Qu'est-ce que $\sum\frac{dX}{dx}$? c'est la densité de l'électricité VRAIE ; remarquez que Hertz met un X gothique que je ne sais pas faire.

Donc $\sum\frac{dX}{dx}$ représente la charge du disque au sens vulgaire du mot et α sa vitesse au sens vulgaire du mot.

Il n'y a donc aucun doute sur la pensée de Hertz.

Maintenant, que devrait-il se passer, d'après les idées anciennes ?

Votre raisonnement (il ne s'agit pas encore du raisonnement contenu dans votre lettre, ceci était écrit avant que je l'eusse reçue) ne m'a pas convaincu.

J'admets bien que si la vitesse est faible, la *distribution électrique* sera la même sensiblement qu'à l'état statique ; mais non que le *déplacement électrique* sera le même qu'à l'état statique. Si X, Y, Z représente la force électrique, j'admets bien que

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz}$$

est le même qu'à l'état statique, mais non que X, Y, Z sont les mêmes qu'à l'état statique, parce que je n'admets pas que

$$\int(Xdx + Ydy + Zdz) = 0$$

Cela serait vrai s'il n'y avait que des courants permanents, cela ne sera pas vrai dans un régime variable.

Maintenant, voici ce que je trouve.

Considérons un appareil tel que celui de Rowland ou de Crémieu [3me communication (1)]. Il y a des parties isolantes et des parties conductrices, les unes fixes, les autres mobiles ; mais de telle façon qu'il n'y ait pas de contact glissant. Il y a en outre un système astatique ; on observe l'effet *moyen* éprouvé par ce système.

Dans cet appareil, règnent des courants « de convection » et de conduction. Je dis que l'effet moyen des courants de conduction dans la partie fixe est nul. Je considère un contour fermé quel-

(1) *Comptes rendus*, t. CXXXI, p. 797, *Écl. Élect.*, t. XXV, p. 326, 24 novembre 1900.

conque à l'intérieur d'une partie conductrice soit fixe, soit mobile, soit

$$\int (X dx + Y dy + Z dz)$$

l'intégrale de la force électomotrice, le long de ce contour. C'est $\frac{dJ}{dt}$, J étant le flux magnétique qui traverse le contour. Si j'appelle $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$, les valeurs moyennes de X, Y, Z; alors

$$\int (\overline{X} dx + \overline{Y} dy + \overline{Z} dz) = 0$$

parce que J est une fonction périodique du temps.

On aura donc

$$\overline{X} = \frac{d\overline{V}}{dx}, \quad \overline{Y} = \frac{d\overline{V}}{dy}, \quad \overline{Z} = \frac{d\overline{V}}{dz},$$

$\overline{V}$ étant ce que j'appellerai le potentiel moyen.

Si alors u, v, w sont les composantes du courant, $\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$, leurs valeurs moyennes, C la conductibilité, on aura :

$$u = CX \qquad \text{d'où} \qquad \overline{u} = C \frac{d\overline{V}}{dx}$$

Si la partie conductrice est homogène, et que $\overline{C}$ soit une constante, on aura :

$$C\Delta\overline{V} = \sum \frac{d\overline{u}}{dx}$$

Or, $\sum \frac{d\overline{u}}{dx}$ est nul ; car $\sum \frac{du}{dx} = \frac{d\rho}{dt}$, ρ densité électrique, et ρ varie périodiquement. Donc $\Delta \overline{V} = 0$.

Or, la surface qui limite la partie conductrice considérée peut être divisée en deux parties. Dans la première, elle est en contact avec un diélectrique, la composante normale *moyenne* du courant de conduction est nulle, parce que la densité superficielle doit varier périodiquement. Donc $\frac{d\overline{V}}{dn} = 0$.

Dans la seconde, elle est *largement* reliée au sol ou à une source d'électricité. On a $\overline{V}$ = constante.

Donc à l'intérieur, on aura partout $\overline{V}$ = constante. Donc $\overline{u} = \overline{v} = \overline{w} = 0$.

Ou mieux, *ne supposons plus notre conducteur homogène*, ce qui sera plus général et en même temps nous permettra de prendre une couche de passage. C n'est plus une constante, mais on a :

$$\sum \frac{d\overline{u}}{dx} = \sum \frac{d}{dx} C \frac{d\overline{V}}{dx} = 0$$

On aura donc

$$\int C\left(\overline{V} - V_0\right) \frac{d\overline{V}}{dn} d\omega = \int \left(\overline{V} - V_0\right) \sum \frac{d}{dx} C \frac{d\overline{V}}{dx} d\tau + \int \sum C \left(\frac{d\overline{V}}{dx}\right)^2 d\tau$$

V_0 étant le potentiel constant de la source.

Les intégrales du second membre sont étendues à tous les éléments $d\tau$ d'un volume T, et celle du premier membre à tous les éléments $d\omega$ de la surface S qui limite ce volume. Quant à S, elle se composera de deux parties : l'une dans le diélectrique, en dehors de la couche de passage ($C = 0$), l'autre dans la partie largement reliée à la source ($V = V_0$).

Donc la première intégrale $= 0$, la seconde également.

$$\int \sum C \left(\frac{d\overline{V}}{dx}\right)^2 d\tau = 0$$

Donc $\frac{d\overline{V}}{dx} = 0$, et $\overline{u} = \overline{v} = \overline{w} = 0$

Dans un conducteur mobile, le courant moyen est également nul, mais il n'est pas certain que son effet moyen soit nul, parce qu'il bouge.

Voyons maintenant les objections possibles.

1° Voici deux disques circulaires métalliques D et D′ au sol; entre les deux, tourne une masse électrisée M. Cette masse induit sur D et D′ des charges C et C′ qui tournent avec elle ; il semble que les courants correspondants à ces charges contrebalancent le courant de convection dû à M.

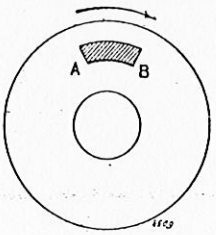

Fig. 3.

Je couvre de hachures la partie du disque qui est ainsi électrisée par influence (fig. 3). Si le disque tourne dans le sens de la flèche, la charge se déplace dans ce même sens ; d'où l'on pourrait conclure qu'il y a un courant de conduction dans ce sens, et dans ce sens seulement. Ce serait une erreur; il y a un fort courant de conduction dans ce sens ; mais il y a un faible courant de conduction dans le sens contraire qui fait tout le tour du disque. Ce courant est plus faible, mais il est plus long ; en chaque point du disque, il règne plus longtemps que le courant fort, de sorte qu'il y a compensation et que le courant moyen reste nul.

2° Passons au raisonnement de votre lettre.

A l'extérieur de l'écran, il y a un potentiel magnétique (accordé). Si tout est de révolution, le champ magnétique est nul (accordé) ; il en est encore de même si tout n'est pas de révolution ; cela, je ne l'accorde pas. Mais alors, si j'ai un écran de révolution et qu'une masse électrique se déplace suivant l'axe ? dans ce cas, le mouvement de cette masse est rectiligne et le phénomène ne présente plus la périodicité qui est essentielle à mon raisonnement.

3° Théorie des sheets et des écrans électromagnétiques. Si un écran est parfaitement conducteur de l'autre côté, la force électrique est nulle. Donc $\frac{d\alpha}{dt} = 0$, donc le champ magnétique est constant ; mais cela ne prouve pas qu'il est nul. Mais s'il est nul au début, il devra être nul tout le temps. Oui, mais l'écran n'est pas parfaitement conducteur. Nous partons du repos et nous tendons vers un état de régime périodique. Plus la conductibilité sera parfaite, plus tard sera atteint l'état final où le champ magnétique est constant, mais pas nul ; mais il finira toujours par l'être. Et alors ma conclusion, c'est que les expériences de Crémieu paraissent inexplicables avec les idées anciennes. Devons-nous adopter son explication, à laquelle il n'a pas d'ailleurs donné une forme définitive ? Cela, c'est une autre affaire, et je me réserve.

H. Poincaré.

Mon cher Confrère,

Je vous remercie de votre intéressante lettre. Vous voulez une couche de passage entre le diélectrique (vernis) et le vide ; je n'y vois pas d'inconvénient, (puisque par hypothèse $\rho = 0$, dans cette couche). Avec vos hypothèses, on peut même intégrer complètement, si on suppose connus les potentiels $\int \frac{\rho\xi}{r} d\tau$, $\int \frac{\rho\eta}{r} d\tau$, dans le cas du mouvement permanent $\left(\frac{d\rho}{dt} = \frac{df}{dt} = \frac{dg}{dt} = 0\right)$, mais pour moi, la difficulté n'est pas supprimée pour cela.

C'est sur l'autre couche, où ρ et ξ existent que je voudrais appeler votre attention ; on admettait, et je crois me rappeler avoir vu cette doctrine dans votre ouvrage, une séparation brusque du *conducteur* et du diélectrique, l'électricité occupant une couche très mince dans le métal; on professe aussi que quand la distribution change, c'est par des courants dans cette couche même, si les changements ne durent pas trop longtemps, mais ces courants pénètrent dans le métal, petit à petit.

La manière d'être de cette couche me paraît le point capital. En effet, toute intégration dans le diélectrique fera apparaître des fonctions arbitraires, l'une potentiel électrostatique, l'autre

potentiel vecteur correspondant à des masses ou courants hors du diélectrique, c'est-à-dire dans le corps en mouvement, et qui ne peuvent être déterminées que si on intègre également dans le conducteur, et qu'on exprime les conditions aux limites.

Par exemple, la condition $\sum \frac{du}{dx} = 0$, détermine la valeur de la composante normale du courant à l'intérieur du métal; c'est donc un courant de *conduction* qui accompagne forcément le mouvement.

Ces courants de conduction, quand le régime permanent est établi, détruisent complètement (dans un bon conducteur) les courants $\rho\xi$, $\rho\eta$ pour le cas d'un solide de révolution tournant autour de son axe, de sorte que le champ magnétique est nul à l'extérieur.

Il n'en serait plus ainsi si le disque était un diélectrique chargé d'électricité vraie, et il est intéressant de noter en passant que Maxwell indique, comme projet d'expérience, l'emploi d'un disque isolant (§770); et que les expérimentateurs ont cru devoir diviser leurs disques.

Voilà les raisons qui m'empêchent d'adhérer complètement à votre doctrine; j'admets les équations de Hertz, lorsque le milieu est l'air, mais il s'agit de les appliquer en tenant compte des conditions physiques du phénomène, c'est cette conductibilité qui fait pour moi la différence entre l'induction dite unipolaire magnétique, et le cas du disque chargé.

Votre bien dévoué,

A. Potier.

P. S. — 1° Formez, pour le diélectrique ambiant, le vecteur $u = \frac{df}{dt}$, $y = \frac{dg}{dt}$, $w = \frac{dh}{dt}$; c'est le courant total pour cette région de l'espace, 2° fermez ces courants par des courants *totaux*, répartis dans une très petite épaisseur de la matière conductrice mobile. Calculez α, β, γ, résultant de l'ensemble ainsi constitué.

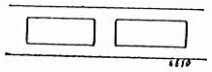

Fig. 4.

On voit que seul, l'espace balayé par le conducteur (fig. 4) intervient par des courants toujours de même sens. Mais la présence d'un conducteur fixe voisin (écran) a une action, parce qu'elle modifie les trajectoires, en attirant en dehors de l'espace balayé, les courants u, v, w.

Dans le cas d'un solide de révolution, u, v, w sont nuls partout.

On est ainsi dispensé, je l'espère, d'épiloguer sur les variations de C, de K, et de la conductibilité dans cette couche, et on reste dans les termes de la théorie de Maxwell; ce qui n'empêchera pas de faire intervenir, si l'on veut, les électrons, ou ions à la mode.

A. Potier.

Mon cher Confrère,

J'avais cru comprendre votre pensée, mais je m'aperçois que je ne l'ai pas encore saisie.

J'avais cru que vous acceptiez les équations de Hertz; maintenant je n'en suis plus sûr, et je ne sais pas quelles sont celles que vous proposez de mettre à la place.

Je ne comprends pas non plus si ces courants de conduction (qui, d'après vous, compenseraient les courants de convection) siègent dans le disque mobile lui-même, ou dans l'écran fixe.

Dans ce dernier cas, je vous demanderais si vous n'admettez plus ce que je vous avais dit dans une de mes premières lettres, au sujet de l'effet moyen nul des courants de conduction de l'écran fixe quand le phénomène est périodique.

Dans la couche de passage vernis-air, il est vrai que ρ est nul, mais cela ne fait rien. Il y a dans la couche de passage métal-vernis, un courant de convection de Rowland et un « courant de Röntgen ». Ces deux courants se compensent.

$$[f] = [g] = [h] = 0$$

C'est ce que vous avez montré dans votre avant-dernière lettre.

Dans la couche de passage vernis-air; il ne peut y avoir de courant de Rowland, puisque $\rho = 0$,

mais il y a un courant de Röntgen qui compense le courant de Röntgen de l'autre couche de passage.

A vous, de tout cœur,

POINCARÉ.

Mon cher Confrère,

J'admets

$$u = \frac{df}{dt} + \rho\xi + \left(\frac{\partial Y}{dz} - \frac{\partial Z}{dy}\right) = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

dans un diélectrique ; j'admets

$$u = p$$

dans un métal ; j'y ajoute l'équation de liaison

$$(lu + mv + nw) = l\frac{\partial f}{\partial t} + m\frac{\partial g}{\partial t} + n\frac{\partial h}{\partial t}$$

sur la surface de séparation.

Ceci mène, pour le disque, à

$$u = v = w = 0;$$

dans le disque, les *curls* de (XYZ) nuls partout dans le diélectrique, sauf la couche de passage, ou

$$\rho\xi = 0; \frac{df}{dt} = 0,$$

et

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0;$$

enfin les valeurs de α, β, γ sont

$$\alpha + 4\pi X = 0 \qquad \beta + 4\pi Y = 0 \qquad \gamma + 4\pi Z = 0$$

dans tous les diélectriques fixes ou mobiles; $\alpha = \beta = \gamma = 0$ dans le disque, je crois; excusez-moi de ne pas refaire les calculs pour le chapelet et l'influence de la paroi qui agit indirectement en changeant les valeurs de f, g, h, dans l'espace balayé par le chapelet, où ils sont périodiques, mais avec $\frac{df}{dt}\frac{dg}{dt}\frac{dh}{dt}$ toujours de même signe, à cause des discontinuités.

Votre bien dévoué,

A. POTIER.

Mon cher Confrère,

Vous me demandez des équations; celles de Maxwell ou de Hertz, si vous préférez, me semblent bien suffisantes. Je traite ci-dessous deux cas simples : dans l'un seulement on a besoin des équations relatives au milieu en mouvement. Ou bien j'interprète correctement les principes, et alors il résultera que les expériences de Crémieu ne sont pas en contradiction avec l'idée qu'une masse en mouvement crée un champ magnétique; ou bien je suis victime d'une illusion, qui apparaîtra plus facilement dans les cas simples ci-joints, alors je n'aurai qu'à m'incliner; sinon *tout en étant absolument d'accord* avec vous sur l'absence d'effets magnétiques permanents des courants de conduction de l'enveloppe, il me sera facile de montrer que l'effet sur l'aiguille tend vers zéro à mesure 1° que les parois se rapprochent du disque; 2° que les segments chargés sont plus voisins; mais ce ne serait que de la divagation, si vous n'admettez pas mes bases.

Votre bien dévoué,

A. POTIER.

Disque continu (vernissé, puisque vous le préférez) ; s'il y a courant, ce ne peut être que sur le disque. Si celui-ci est dans le plan xy, $\xi = -\omega y$, $\eta = \omega x$, $\zeta = 0$, $f = g = 0$, et $h = f(z)$.

***

$\rho = \frac{dh}{dz}$; les seuls termes utiles sont $[f]$, $[g]$, $[h]$, *p.* 380, [1] et l'on trouve $[f] \doteq [g] = [h] = 0$, donc pas de force magnétique.

Action des parois. — Une masse A, part de A_1, va en A_2 et s'y arrête (fig. 5). Soit β, la force magnétique en M et $\int \beta dt$, l'impulsion totale.

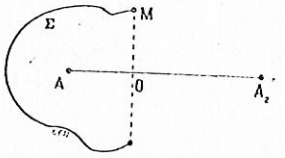

Fig. 5.

$2.\pi$ OM. $\int \beta dt = 4\pi \times$ la variation du déplacement à travers une surface Σ limitée au cercle de rayon OM, soit

$$\frac{m}{\mathrm{OM}} \left(\frac{A_1O}{A_1M} + \frac{A_2O}{A_2M} \right)$$

Supposons un tuyau conducteur entourant A_1A_2 et fermé aux deux bouts, qu'il soit ou non mis à la terre, il faut considérer, outre le déplacement ci-dessus, les déplacements dus aux charges négatives de la partie interne du tuyau qui se trouvent concentrées près de A_1 ou près de A_2, et détruisent d'autant plus complètement l'effet de A_1 et de A_2, 1° que A_1 et A_2 sont plus loin, 2° que le tuyau est plus étroit.

A. P.

Mon cher Confrère,

Voici les réflexions que m'inspirent vos deux exemples :

Premier exemple. — On n'a $\xi = -\omega y$, $\eta = \omega x$ que dans le disque ; dans l'atmosphère, on a $\xi = \eta = 0$, et il y a une couche de passage où ξ et η varient très rapidement. Il faut tenir compte de cela.

Pour faciliter le calcul, je m'en vais encore simplifier votre exemple ; je suppose qu'au lieu d'une rotation, on ait une translation, chaque petit cylindre parallèle à l'axe des x subit une translation dans le sens de ses génératrices. Seulement, la vitesse de translation n'est pas la même pour tous les cylindres.

En d'autres termes, on a

$$\eta = \xi = 0, \qquad \zeta = f(y, z)$$

indépendante de x et de t.

Je suppose que tout est permanent dans le temps et par rapport à x.

Toutes les dérivées $\frac{d}{dt}$ et $\frac{d}{dx}$ sont nulles.

Le champ doit alors être perpendiculaire à l'axe des x, c'est-à-dire que

$$f = 0, \qquad \rho = \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} ;$$

Les courants se réduisent à $[f]$, $[g]$, $[h]$, et on trouve

$$[g] = [h] = 0 ;$$

$$[f] = \frac{d(g\zeta)}{dy} + \frac{d(h\zeta)}{dz} - \zeta \left(\frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} \right) = g \frac{d\zeta}{dy} + h \frac{d\zeta}{dz}$$

Supposons maintenant que tout soit de révolution autour de l'axe des x; on a :

$$y = r \cos \varphi, \qquad z = r \sin \varphi$$

$$\frac{d\zeta}{dy} = \frac{d\zeta}{dr} \cos \varphi, \qquad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{d\zeta}{dr} \sin \varphi$$

$$\alpha = 0 ; \quad \beta = -\mathrm{M} \sin \varphi, \quad \gamma = \mathrm{M} \cos \varphi$$

[1] Ce renvoi de page se rapporte à la 2e édition de l'ouvrage *Électricité et Optique*, de M. Poincaré ; les notations $[f]$, $[g]$, $[h]$ sont définies dans cet ouvrage.

M champ magnétique.

$$f = 0\,; \quad g = \mathrm{E}\cos\varphi, \quad h = \mathrm{E}\sin\varphi$$

E champ électrique :

$$[f] = \frac{d\xi}{dr}(g\cos\varphi + h\sin\varphi) = \mathrm{E}\frac{d\xi}{dr} \qquad 2\pi \mathrm{M}r = 4\pi\int 2\pi r dr\,[f]$$

$$\mathrm{M}r = 4\pi\int_0 r\,[f]\,dr = 4\pi\int r d\xi\,\mathrm{E} \qquad \frac{d(\mathrm{M}r)}{dr} = 4\pi r\mathrm{E}\frac{d\xi}{dr}$$

D'autre part :

$$\frac{d(\mathrm{E}r)}{dr} = r\rho$$

Telles sont les équations qui définissent les deux champs électrique et magnétique.

En intégrant par parties, je trouve :

$$\int_0^r \mathrm{E}r d\xi = \Big[\mathrm{E}r\xi\Big]_0^r - \int_0^r \xi\frac{d(\mathrm{E}r)}{dr}dr$$

Si r est assez grand pour que l'on se trouve dans l'espace qui est en repos, l'expression $\mathrm{E}r\xi$ s'annule aux deux limites, de sorte qu'il reste :

$$\mathrm{M}r = -4\pi\int \xi\frac{d\mathrm{E}r}{dr}dr = -4\pi\int r\rho\xi dr$$

et nous retombons sur le courant de convection pur.

Mais il est temps d'aborder le cas de la rotation :

Posons

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta$$

et soit ω la vitesse angulaire qui dépendra de r et de z, mais pas de θ ni de t.

Nous poserons :

$$f = \mathrm{E}\cos\theta, \quad g = \mathrm{E}\sin\theta$$

E composante du champ électrique suivant le rayon vecteur r ; l'autre composante est h.

De même :

$$\alpha = \mathrm{M}\cos\theta, \quad \beta = \mathrm{M}\sin\theta$$

M composante du champ magnétique suivant r, l'autre composante est γ.

On a ensuite :

$$\xi = -r\omega\sin\theta \quad \eta = r\omega\cos\theta, \quad \zeta = 0$$

Les expressions qui entrent dans $[f]$, etc. sont :

$$h\eta - g\zeta = hr\omega\cos\theta = \mathrm{X}$$
$$f\zeta - h\xi = hr\omega\sin\theta = \mathrm{Y}$$
$$g\xi - f\eta = -\mathrm{E}r\omega = \mathrm{Z}$$

Je trouve ensuite :

$$\int(\mathrm{X}dx + \mathrm{Y}dy + \mathrm{Z}dz) = \int(hr\omega dr - \mathrm{E}r\omega dz)$$

Or, le premier mombre peut s'écrire : (Théorème de Stokes).

$$\int(l\mathrm{A} + m\mathrm{B} + n\mathrm{C})d\Omega$$

Remarquons que dans toutes ces expériences, on observe l'effet moyen sur une aiguille aimantée

(troisième communication) ou bien l'effet d'induction sur un circuit interrompu de temps en temps (première communication).

Mais, dans ce dernier cas, les interruptions se font à des intervalles de temps qui n'ont aucun rapport avec la période de la rotation ; de sorte que cela revient encore au même ; l'effet moyen des courants de conduction qui peuvent régner dans la partie fixe devient nul.

C'est pourquoi j'avais demandé à M. Crémieu, au mois de juillet dernier, de monter l'expérience suivante :

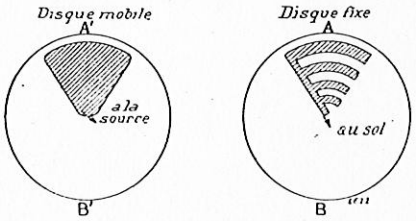

Fig. 6.

Les parties dorées sont couvertes de hachures (fig. 6), elles sont soit au sol, soit à la source, par leur *centre*.

Lorsque le diamètre A'B' du disque mobile coïncide avec le diamètre AB du disque fixe, les parties dorées sont en regard et forment condensateur. Mais l'angle du secteur doré mobile est un peu plus petit que celui du secteur doré fixe. Le secteur doré mobile prend donc une charge +, et le secteur doré fixe prend une charge — mais seulement en face du secteur mobile. La charge + du premier se transporte par convection, la charge — du second se transporte parallèlement par conduction.

Donc si le courant de conduction agit et que le courant de convection n'agisse pas, il y aura un champ ; si les deux courants agissent, il n'y en aura pas.

Dans la position inverse, lorsque A'B' coïncidera avec BA, les deux secteurs n'étant pas en face l'un de l'autre, ne prendront qu'une charge insignifiante, et il n'y aura pas de champ.

Prenons la disposition de la première communication, et supposons qu'on interrompe le circuit du galvanomètre dans la première position, par exemple, et qu'on le rétablisse dans la seconde. Alors il y aura un effet si un seul des deux courants agit (idées de M. Crémieu), et il n'y en aura pas s'ils agissent tous deux (idées anciennes).

Seulement pour cela, il faut que l'interruption soit synchrone de la rotation du disque.

La construction de l'interrupteur synchrone pourra présenter des difficultés, mais M. Crémieu espère en triompher.

Seulement, la première chose à faire était de reprendre et de varier l'expérience de Rowland proprement dite (troisième communication). C'est ce qu'il fait dans ce moment.

Pardonnez-moi la longueur de ma lettre, et croyez à mes sentiments les plus dévoués,

POINCARÉ.

Mon cher Confrère,

Je crois être arrivé à intégrer les équations de Hertz, dans le cas qui nous occupe ; je suppose la couche diélectrique-vide de passage infiniment mince, et la surface même du diélectrique équipotentielle.

Si D_0 est le déplacement d'un point de cette surface, V_0 sa vitesse (prise dans le diélectrique lié au conducteur) et α l'angle de ses deux secteurs : je trouve :

1° Les courants de déplacement de tout le champ sont équivalents à des courants normaux à la couche de passage, d'intensité $D_0V_0 \cos \alpha$ par unité de surface.

2° Les courants sur la couche de passage sont superficiels, dirigés suivant la projection de la vitesse sur la surface d'intensité $D_0V_0 \sin \alpha$.

L'ensemble équivaut à des courants D_0V_0, dirigés suivant la vitesse, c'est-à-dire que l'on a

$$\alpha = \frac{d}{dz}\int \frac{D_0\eta_0}{r}\,d\omega - \frac{d}{dy}\int \frac{D_0\zeta_0}{r}\,d\omega$$

et l'on peut vérifier

1° qu'en un point de l'espace

$$\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} = \frac{d}{dy}\int D_0\left(\xi\,\frac{d\frac{1}{r}}{dx'} + \eta\,\frac{d\frac{1}{r}}{dy'} + \zeta\,\frac{d\frac{1}{r}}{dy'}\right)d\omega = \frac{d}{dy}\int D_1\,\frac{d\frac{1}{r}}{dt}\,d\omega = 4\pi\,\frac{dg}{dt}.$$

à cause de

$$4\pi g = \frac{d}{dy}\int D_0 \frac{1}{r}\, d\omega$$

2° pour un petit contour $\int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dx) = \begin{vmatrix} dx_1 & dy_1 & dz_1 \\ \xi & \eta & \zeta \\ f & g & h \end{vmatrix}$

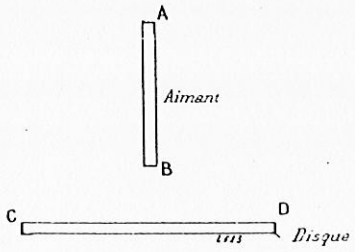

Fig. 7.

si dx_1, dy_1, dz_1 est l'élément de la surface de séparation, soit $D_0 V_0 \sin \alpha ds$ pour un élément normal à la vitesse et zéro pour un élément suivant la projection de la vitesse. On retombe donc sur vos conclusions peut-être un peu précisées ; je ne m'attendais pas au rôle de l'épaisseur du diélectrique ; dans le cas d'une sphère tournant autour de son axe, à charge égale, les $\int D_0\, d\omega$ restent les mêmes, mais ξ, η, ζ croissent comme le rayon.

Votre manière de voir est encore corroborée par les considérations suivantes. Quand un aimant AB tourne autour de son axe, *on admet* qu'il produit un champ électrostatique ; donc, il attirera un disque chargé CD. Réciproquement, si on fait tourner CD en sens contraire, il doit attirer AB, c'est-à-dire produire un champ magnétique. Seulement, où en sont les vérifications expérimentales ?

Votre bien dévoué,

A. Potier.

CHEMIN DE FER ÉLECTRIQUE A GRANDE VITESSE DE ZOSSEN

II. — Description de la voiture Siemens et Halske et de l'installation de la ligne.

Après avoir, comme nous l'avons vu, (1) énuméré et étudié les conditions à remplir pour les différentes parties de l'installation, l'auteur passe à la description détaillée de cette installation, telle que l'a exécutée la maison Siemens et Halske.

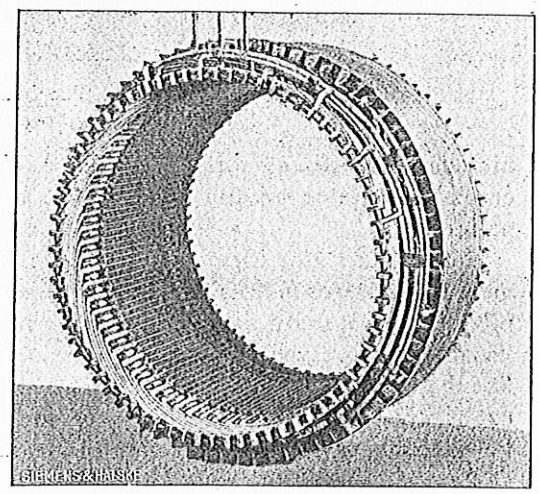

Fig. 14. — Fer du stator en un seul bloc.

1° Moteurs. — Chacun des moteurs doit avoir une puissance normale de 250 chevaux, et pouvoir développer pendant le démarrage une puissance triple ; soit 750 chevaux ; de plus, ses dimensions d'encombrement sont limitées par l'espace disponible entre les roues, la voie et la caisse de la voiture. Or, l'expérience de plus petits moteurs de tramway montre que, pour un excès de température de 75°, on peut faire de très bons moteurs fermés, à raison de 5 chevaux par 100 kg, pour une vitesse périphérique de 36 m : sec. ; ce qui conduit pour le moteur cherché à 5 000 kg, en admettant que le raisonnement puisse s'appliquer aux gros moteurs. Comme exemple de moteurs analogues, on peut citer le moteur Ganz de la ligne Lecco-Colico-Sandrio (2), qui développe 150 chevaux à 300 t : m, avec un poids de 3 500 kg, et le moteur Œrlikon, du chemin de fer de la Jungfrau (3), qui, avec un poids de 2 200 kg, a une puissance de 120 chevaux et est complètement ouvert.

(1) *L'Éclairage Électrique*, t. XXXI, p. 7, 5 avril 1902.
(2) Voir *Engineer*, mars 1901.
(3) Voir *Schweizerische Bauzeitung*, 2 février 1901.