Gyldén a d'une manière épuisante traité le cas des termes dépendant des constantes d'intégration et d'un terme connu, $A_1 \cos G_1$, et ce n'est qu'une question de calcul d'étendre ses recherches en considérant plusieurs termes connus, soumis aux conditions citées plus haut. Gyldén a évidemment jugé superflu de répéter les détails du premier Chapitre dans l'exposition pages 227-233.

Si l'on a

$$\frac{d^2 z}{dv^2} + (1 - \beta_1 - \beta_3 H) z = - A_1 \cos G_1 - A_2 \cos G_2, \; \ldots,$$

où les termes à droite sont tous connus, l'utilité de la méthode horistique dans le cas critique est évidente.

La méthode horistique par rapport à la longitude est beaucoup plus difficile. La démonstration de l'existence d'un coefficient horistique donnée par Gyldén dans les *Nouvelles Recherches*, et plus développée par M. Zeipel et moi, est tellement compliquée que la question demande à être considérée d'un autre point de vue.

Il faut regretter que M. Poincaré, dans sa critique de la méthode de Gyldén (voir *Comptes rendus*, le 14 janvier 1901, n° 2), ne tienne compte que des termes du premier ordre. Gyldén lui-même a démontré que dans ce cas il n'existe pas de coefficient horistique et que c'est seulement en considérant au début des approximations les termes du troisième ordre qu'on peut établir une équation horistique pour la détermination de la longitude. La critique de M. Poincaré dans le n° 2, 1901, ne se rapporte pas alors à la théorie de Gyldén, mais seulement au coefficient erroné, déterminé par moi.

SUR LA MÉTHODE HORISTIQUE. OBSERVATIONS SUR L'ARTICLE DE M. BACKLUND;

PAR M. H. POINCARÉ.

Je suis très reconnaissant à M. Backlund d'avoir présenté les théories de Gyldén sous une forme claire et nette, qui en rend la discussion facile.

M. Backlund remarque d'abord que j'ai supposé $Z = 1$, tandis qu'on a en général $Z = 1 - \beta$, β étant de l'ordre des masses. On peut néanmoins supposer $Z = 1$ sans restreindre la généralité, car l'équation conserve la même forme quand on pose :

$$v = v'\sqrt{1 - \beta}$$

et à l'aide de cette transformation on peut toujours ramener le coefficient de z à l'unité.

M. Backlund restreint le second membre aux termes *critiques*, c'est-à-dire à ceux où

$$\beta - 2\sigma + \sigma^2$$

sont très petits par rapport à β. Il ajoute en note, et *c'est là le point essentiel,* que dans ces conditions les termes en $G_1 - 2G_2$, $2G_1 - G_2$ ne sont pas critiques.

Il est clair qu'il ne peut y avoir là qu'un lapsus, car si

$$\beta - 2\sigma_1 + \sigma_1^2 = (1 - \sigma_1)^2 - (1 - \beta)^2,$$
$$\beta - 2\sigma_2 + \sigma_2^2 = (1 - \sigma_2)^2 - (1 - \beta)_2$$

sont très petits, il en sera de même de

$$[2(1 - \sigma_2) - (1 - \sigma_2)]^2 - (1 - \beta)^2,$$

puisque, à cause de la petitesse de β et de σ, ces trois quantités sont sensiblement en progression arithmétique.

Je ne relèverais pas ce qui chez M. Backlund n'est qu'une inadvertance si ce n'était là précisément l'erreur fondamentale de Gyldén. Il est impossible que G_1 et G_2 soient critiques, sans que $2G_1 - G_2$ le soit.

Du moment que les termes en $2G_1 - G_2$ sont critiques, M. Backlund n'a pas plus le droit de négliger $\beta_3 z(z^2 - \frac{1}{2}H)$ que Gyldén de négliger $\beta_3 \frac{d\psi}{dv}\frac{dy}{dv}$.

M. Backlund arrive ensuite à l'équation qui donne les coefficients x; si je la rapproche de celle qu'a obtenue Gyldén à la page 228, j'y vois figurer un terme $\frac{3}{4}\beta_3 H$, où Gyldén écrivait $\frac{1}{2}\beta_3 H$. C'est la formule de M. Backlund qui est correcte, du moins dans le seul cas où la méthode est légitime.

Dans le cas général, les deux formules sont inexactes, et l'on peut s'en rendre compte d'une façon élémentaire.

Additionnons les deux équations (3) de M. Backlund. Si nous supposons

$$A_1 = A_2, \qquad \sigma_1 = \sigma_2,$$

d'où

$$\theta_1 = \theta_2, \qquad \varkappa_1 = \varkappa_2,$$

il vient (en supprimant les indices devenus inutiles)

$$6\varkappa^3 + 2\varkappa\theta = \frac{8}{3}\frac{A}{\beta}.$$

Mais si

$$A_1 = A_2, \qquad \sigma_1 = \sigma_2,$$

les deux termes en G_1 et G_2 se confondent en un seul; tout doit donc se passer comme si l'on avait

$$A_1 = 2A, \qquad A_2 = 0, \qquad \varkappa_2 = 0, \qquad \varkappa_1 = 2\varkappa,$$

d'où

$$\varkappa_1^3 + \varkappa_1\theta_1 = \frac{8}{3}\frac{A}{\beta}$$

et enfin

$$8\varkappa^3 + 2\varkappa\theta = \frac{8}{3}\frac{A}{\beta},$$

équation incompatible avec la précédente.

La méthode horistique n'est donc pas légitime dans le cas qui nous occupe.

Quelques mots maintenant sur les deux remarques qui terminent l'article de M. Backlund.

Il est vrai que Gyldén a dans son premier Chapitre traité le cas des termes dépendant des constantes d'intégration et d'un terme connu $A_1 \cos G_1$. Il l'a même fait par plusieurs méthodes, mais, parmi ces méthodes, les unes sont fausses, les autres ne se prêtent pas à la généralisation en question. Cela est d'ailleurs sans intérêt, puisque nous venons de voir que la méthode est fausse, même en laissant de côté les termes qui contiennent des constantes d'intégration.

En ce qui concerne l'application de la méthode horistique à la longitude, j'ai reconnu qu'il n'y avait pas de coefficient horistique, *même quand on tient compte des termes du troisième ordre*. C'est ce que j'exposerai dans un Mémoire plus étendu. L'erreur, dont M. Backlund veut généreusement s'attribuer toute la responsabilité, ne lui appartient donc pas. Il s'est conformé aux principes généraux de la méthode et s'est servi du mode de raisonnement préconisé par Gyldén, et dont ce savant avait fait d'autres applications. Ce mode de raisonnement consiste à remplacer certains coefficients périodiques par leur valeur moyenne: c'est ce qu'a fait M. Backlund, c'est ce qu'avait fait Gyldén; si l'astronome russe s'est trompé, ce n'est pas qu'il en a mal appliqué les règles, c'est que ces règles ne valaient rien.

MESURES MICROMÉTRIQUES D'ÉTOILES DOUBLES AUSTRALES;

PAR M. A.-CH. JOUFFRAY.

Ces mesures ont été faites à Mustapha Supérieur, à quelques kilomètres au sud d'Alger, dans un emplacement assez bien dégagé de tous les côtés.

L'instrument est un équatorial de Secrétan, reposant sur une voûte en maçonnerie qui lui assure une grande stabilité. L'objectif, de 135^{mm} d'ouverture libre et de $1^{m},85$ de distance focale, essayé sur de belles étoiles, a toujours donné des disques centraux bien ronds, et des anneaux de diffraction complets et réguliers; de plus le centrage des verres a été vérifié par le procédé indiqué dans les *Instructions équatoriales* de M. Bigourdan (p. 25, § 29). Par des temps calmes, cet objectif a permis de dédoubler des étoiles d'écartement inférieur à $1''$, et de mesurer, dès l'année 1902, l'étoile μ^2 du Bouvier. Par les belles nuits, nous avons pu également mesurer des étoiles à composantes assez faibles, jusqu'à la $8^e,8$ ou 9^e grandeur environ, pourvu cependant que le couple ne fût pas trop serré; ainsi le compagnon de la Polaire se présente assez nettement dans le champ pour pouvoir faire l'objet d'une série de mesures.

Le micromètre, dû à M. Mailhat, est à deux vis. La vis micrométrique proprement dite, celle qui a un double tambour, a été étudiée au point de vue de l'erreur progressive et de l'erreur périodique; toutefois, le constructeur n'ayant pas disposé de fils pour l'étude de cette dernière erreur, nous avons dû recourir à la