

se trouve en face d'un nouveau problème : n'y aurait-il pas dans la vie représentative autre chose encore que ce qui se ramène aux sensations ? Si oui, quels liens rattachent les pensées à cette autre chose ? Dürr se range à l'opinion de ceux qui dans la conscience de l'espace, dans celle du temps, de l'identité, de la similitude et de la diversité ; dans la conscience de l'unité d'autre part, reconnaissent un élément distinct des sensations. — Dans cette « conscience des rapports » serait vraiment l'essentiel de la pensée. — Dürr indique enfin les modifications que l'on devrait introduire dans la technique des expériences de Buhler. La place nous fait défaut pour apprécier l'une après l'autre ses affirmations et ses critiques. On peut toutefois lui accorder que les observateurs de Wurtzbourg ont trop cherché ce qu'il y a dans la pensée, le *was*, au lieu de s'occuper du comment, du *wie*, de la pensée, au sujet duquel se posent de beaux problèmes.

E. MAIGRE.

ON MEANING. — By Pillsbury, Colven, Bolton, Boodin, Baldwin.
— Psychol. Rev., mai 1908, p. 150-197.

C'est une série d'articles très courts qui discutent à des points de vue différents la psychologie de l'image mentale, et surtout les relations existant entre l'image et la signification, le sens, ce que nous appelons quelquefois l'idée. Ces articles contiennent quelques réflexions ingénieuses, mais aucune recherche expérimentale.

H. POINCARÉ. — L'invention mathématique. — Rev. du mois, 10 juillet 1908, p. 9-21, et Revue générale des Sciences du 15 juillet 1908.

L'importance de cette conférence n'a échappé à personne, et elle a eu dans le monde philosophique un grand retentissement, tant à cause de l'intérêt présenté par la question traitée, celle de l'invention, qu'à cause de la personnalité de l'auteur, qui est considéré comme un mathématicien inventeur de premier ordre, et qui a par conséquent toute la compétence nécessaire pour traiter un si beau sujet. Ajoutons que les conclusions auxquelles il est arrivé ont séduit beaucoup d'esprits ; car de ses analyses sort une méthode de travail, une véritable pédagogie du travail intellectuel, qui a un grand air de nouveauté. Il n'en fallait pas davantage pour nous décider à reproduire intégralement cette étude. Nous ajouterons en note les réflexions qu'elle nous a suggérées. A partir de ce moment, nous cédon's la parole à M. Poincaré.

..

La genèse de l'Invention mathématique est un problème qui doit inspirer le plus vif intérêt au psychologue. C'est l'acte dans lequel

l'esprit humain semble le moins emprunter au monde extérieur, où il n'agit ou ne paraît agir que par lui-même et sur lui-même, de sorte, qu'en étudiant le processus de la pensée géométrique, c'est ce qu'il y a de plus essentiel dans l'esprit humain que nous pouvons espérer atteindre ¹.

On l'a compris depuis longtemps, et il y a quelque mois une revue intitulée *l'Enseignement mathématique* et dirigée par MM. Laisant et Fehr, a entrepris une enquête sur les habitudes d'esprit et les méthodes de travail des différents mathématiciens. J'avais arrêté les principaux traits de ma conférence, quand les résultats de cette enquête ont été publiés; je n'ai donc guère pu les utiliser, je me bornerai à dire que la majorité des témoignages confirment mes conclusions; je ne dis pas l'unanimité, car quand on consulte le suffrage universel, on ne peut se flatter de réunir l'unanimité.

Un premier fait doit nous étonner, ou plutôt devrait nous étonner, si nous n'y étions si habitués. Comment se fait-il qu'il y ait des gens qui ne comprennent pas les mathématiques? Si les mathématiques n'invoquent que les règles de la logique, celles qui sont acceptées par tous les esprits bien faits; si leur évidence est fondée sur des principes qui sont communs à tous les hommes et que nul ne saurait nier sans être fou, comment se fait-il qu'il y ait tant de personnes qui y sont totalement réfractaires?

Que tout le monde ne soit pas capable d'invention, cela n'est pas mystérieux. Que tout le monde ne puisse retenir une démonstration qu'il a apprise autrefois, passe encore. Mais que tout le monde ne puisse pas comprendre un raisonnement mathématique au moment où on le lui expose, voilà qui paraît bien surprenant quand on y réfléchit. Et pourtant ceux qui ne peuvent suivre ce raisonnement qu'avec peine sont en majorité; cela est incontestable et l'expérience des maîtres de l'enseignement secondaire ne me contredira certes pas.

Et il y a plus; comment l'erreur est-elle possible en mathématiques? Une intelligence saine ne doit pas commettre de faute de logique, et cependant il y a des esprits très fins, qui ne broncheront pas dans un raisonnement court tel que ceux que l'on a à faire dans les actes ordinaires de la vie, et qui sont incapables de suivre et de répéter sans erreur les démonstrations des mathématiques qui sont plus longues, mais qui ne sont après tout qu'une accumulation de petits raisonnements tout à fait analogues à ceux qu'ils font si facilement. Est-il nécessaire d'ajouter que les bons mathématiciens eux-mêmes ne sont pas infailibles?

La réponse me semble s'imposer. Imaginons une longue série de syllogismes, et que les conclusions des premiers servent de prémisses aux suivants : nous serons capables de saisir chacun de ces

1. Il est probable que cette considération n'est qu'une petite préparation oratoire, à laquelle l'auteur n'attache pas d'autre importance. Tout est intéressant pour la psychologie, et l'invention d'un mathématicien ne l'est pas nécessairement plus que l'invention d'un dramaturge ou même que le délire d'un aliéné, qui lui aussi constitue une sorte d'invention. A. B.

sylogismes, et ce n'est pas dans le passage des prémisses à la conclusion que nous risquons de nous tromper. Mais entre le moment où nous rencontrons pour la première fois une proposition, comme conclusion d'un syllogisme, et celui où nous la rencontrons comme prémisses d'un autre syllogisme il se sera écoulé parfois beaucoup de temps, on aura déroulé de nombreux anneaux de la chaîne; il peut donc arriver qu'on l'ait oubliée, ou, ce qui est plus grave, qu'on en ait oublié le sens. Il peut donc se faire qu'on la remplace par une proposition un peu différente, ou que tout en conservant le même énoncé, on lui attribue un sens un peu différent, et c'est ainsi qu'on est exposé à l'erreur.

Souvent le mathématicien doit se servir d'une règle : naturellement il a commencé par démontrer cette règle; et au moment où cette démonstration était toute fraîche dans son souvenir il en comprenait parfaitement le sens et la portée, et il ne risquait pas de l'altérer. Mais ensuite il l'a confiée à sa mémoire et il ne l'applique plus que d'une façon mécanique; et alors si la mémoire lui fait défaut, il peut l'appliquer tout de travers. C'est ainsi, pour prendre un exemple simple et presque vulgaire, que nous faisons quelquefois des fautes de calcul parce que nous avons oublié notre table de multiplication.

A ce compte, l'aptitude spéciale aux mathématiques ne serait due qu'à une mémoire très sûre, ou bien à une force d'attention prodigieuse. Ce serait une qualité analogue à celle du joueur de whist, qui retient les cartes tombées; ou bien pour nous élever d'un degré, à celle du joueur d'échecs qui peut envisager un nombre très grand de combinaisons et les garder dans sa mémoire. Tout bon mathématicien devrait être en même temps bon joueur d'échecs, et inversement; il devrait être également un bon calculateur numérique. Certes cela arrive quelquefois, ainsi Gauss était à la fois un géomètre de génie et un calculateur très précoce et très sûr.

Mais il y a des exceptions, ou plutôt je me trompe, je ne puis pas appeler cela des exceptions, sans quoi les exceptions seraient plus nombreuses que les cas conformes à la règle. C'est Gauss, au contraire, qui était une exception. Quant à moi je suis obligé de l'avouer, je suis absolument incapable de faire une addition sans faute. Je serais également un fort mauvais joueur d'échecs; je calculerais bien qu'en jouant de telle façon, je m'expose à tel danger; je passerais en revue beaucoup d'autres coups que je rejetterais pour d'autres raisons, et je finirais par jouer le coup d'abord examiné, ayant oublié dans l'intervalle le danger que j'avais prévu.

En un mot, ma mémoire n'est pas mauvaise, mais elle serait insuffisante pour faire de moi un bon joueur d'échecs. Pourquoi donc ne me fait-elle pas défaut dans un raisonnement mathématique difficile où la plupart des joueurs d'échecs se perdraient? C'est évidemment parce qu'elle est guidée par la marche générale du raisonnement. Une démonstration mathématique n'est pas une simple juxtaposition de syllogismes, ce sont des syllogismes *placés*

dans un certain ordre, et l'ordre dans lequel ces éléments sont placés est beaucoup plus important que ne le sont ces éléments eux-mêmes. Si j'ai le sentiment, l'intuition pour ainsi dire de cet ordre, de façon à percevoir d'un coup d'œil l'ensemble du raisonnement, je ne dois plus craindre d'oublier l'un des éléments, chacun d'eux viendra se placer de lui-même dans le cadre qui lui est préparé, et sans que j'aie à faire aucun effort de mémoire.

Il me semble alors, en répétant un raisonnement appris, que j'aurais pu l'inventer; ou plutôt, même si cela est une illusion, si je ne suis pas assez fort pour créer par moi-même, je le réinvente moi-même, à mesure que je le répète.

On conçoit que ce sentiment, cette intuition de l'ordre mathématique, qui nous fait deviner des harmonies et des relations cachées, ne puissent appartenir à tout le monde. Les uns ne posséderont ni ce sentiment délicat, et difficile à définir, ni une force de mémoire et d'attention au-dessus de l'ordinaire, et alors ils seront absolument incapables de comprendre les mathématiques un peu élevées; c'est le plus grand nombre. D'autres n'auront ce sentiment qu'à un faible degré, mais ils seront doués d'une mémoire peu commune et d'une grande capacité d'attention. Ils apprendront par cœur les détails les uns après les autres, ils pourront comprendre les mathématiques et quelquefois les appliquer, mais ils seront hors d'état de créer. Les autres enfin posséderont à un plus ou moins haut degré l'intuition spéciale dont je viens de parler et alors non seulement ils pourront comprendre les mathématiques, quand même leur mémoire n'aurait rien d'extraordinaire, mais ils pourront devenir créateurs et chercher à inventer avec plus ou moins de succès suivant que cette intuition est chez eux plus ou moins développée¹.

Qu'est-ce, en effet, que l'invention mathématique? Elle ne consiste pas à faire de nouvelles combinaisons avec des êtres mathématiques déjà connus. Cela, n'importe qui pourrait le faire, mais les combinaisons que l'on pourrait faire ainsi seraient en nombre infini, et

1. Il est très juste de remarquer qu'un grand nombre de personnes, même cultivées et intelligentes, ne comprennent rien aux mathématiques. C'est une infirmité que beaucoup de savants dissimulent de leur mieux, tandis que des littérateurs l'exhibent avec une sorte d'ostentation, par exemple l'historien Masson qui eut l'honneur de recevoir Poincaré à l'Académie, et qui déclara qu'il était, en matière de mathématiques, un primaire; comme si, soit dit en passant, il n'y avait pas beaucoup de mathématiciens dans le monde primaire. Nous attendions avec impatience que Poincaré nous expliquât en quoi consiste la compréhension des mathématiques. Ce qu'il nous explique, c'est que cette compréhension ne dépend ni de la mémoire, ni de l'attention, puisque lui-même n'a rien d'extraordinaire, selon son aveu, comme mémoire et attention. Mais nous ne voyons pas clairement en quoi consiste cette intuition de l'ordre à laquelle il se réfère, comme à la clef du problème. L'étude de la compréhension, malgré des études récentes, est encore à faire: et c'est seulement quand la psychologie en sera connue que nous pourrons conjecturer ce qui manque à ceux qui ne comprennent pas les mathématiques. Ce qui, dès maintenant, apparaît avec évidence, c'est que la compréhension est une sugges-

le plus grand nombre est absolument dépourvu d'intérêt. Inventer, cela consiste précisément à ne pas construire les combinaisons inutiles et qui ne sont qu'une infime minorité. Inventer, c'est discerner, c'est choisir.

Comment doit se faire ce choix, je l'ai expliqué ailleurs; les faits mathématiques dignes d'être étudiés, ce sont ceux qui, par leur analogie avec d'autres faits, sont susceptibles de nous conduire à la connaissance d'une loi mathématique de la même façon que les faits expérimentaux nous conduisent à la connaissance d'une loi physique. Ce sont ceux qui nous révèlent des parentés insoupçonnées entre d'autres faits, connus depuis longtemps, mais qu'on croyait à tort étrangers les uns aux autres.

Parmi les combinaisons que l'on choisira, les plus fécondes seront souvent celles qui sont formées d'éléments empruntés à des domaines très éloignés; et je ne veux pas dire qu'il suffise pour inventer de rapprocher des objets aussi disparates que possible; la plupart des combinaisons qu'on formerait ainsi seraient entièrement stériles; mais quelques-unes d'entre elles, bien rares, sont les plus fécondes de toutes.

Inventer, je l'ai dit, c'est choisir; mais le mot n'est peut-être pas tout à fait juste, il fait penser à un acheteur à qui on présente un grand nombre d'échantillons et qui les examine l'un après l'autre de façon à faire son choix. Ici les échantillons seraient tellement nombreux qu'une vie entière ne suffirait pas pour les examiner. Ce n'est pas ainsi que les choses se passent. Les combinaisons stériles ne se présenteront même pas à l'esprit de l'inventeur. Dans le champ de sa conscience n'apparaîtront jamais que des combinaisons réellement utiles, et quelques autres qu'il rejettera, mais qui participent un peu des caractères des combinaisons utiles. Tout se passe comme si l'inventeur était un examinateur du deuxième degré qui n'aurait plus à interroger que les candidats déclarés admissibles après une première épreuve¹.

tion d'idées qui se fait en grande partie dans l'inconscient. Lorsque nous écoutons une phrase compliquée, et que nous en saisissons le sens, ce sens doit résulter d'abord de la signification spéciale de chaque mot de la phrase, et ensuite des actions et réactions très nombreuses que chaque signification exerce sur les autres: mais d'ordinaire, nous ne percevons pas le détail, nous ne nous occupons ni du sens de chaque mot, ni de l'influence de chaque mot sur l'ensemble; nous saisissons la phrase comme un tout, et il s'en dégage un sens qui nous apparaît aussi comme un tout. Le travail d'analyse, s'il a lieu, se passe dans l'inconscient; notre conscience ne saisit que la synthèse. En faisant cette remarque, je ne prétends nullement expliquer la compréhension, car on n'explique rien en faisant intervenir le *Deus ex machinâ* de l'inconscient; mais je veux simplement dire que si le phénomène de l'incompréhension est si difficile à analyser, c'est parce que c'est la règle qu'il se fait sans le concours de la conscience.

A. B.

1. Cette image est d'une admirable justesse. Évidemment, inventer c'est choisir. Dans un article publié ici même, avec le D^r Simon, sur le mécanisme du développement de la pensée (t. XV, p. 1), nous avons été

Mais ce que j'ai dit jusqu'ici, c'est ce qu'on peut observer ou inférer, en lisant des géomètres, à la condition de faire cette lecture avec quelque réflexion.

Il est temps de pénétrer plus avant et de voir ce qui se passe dans l'âme même du mathématicien. Pour cela, je crois que ce que j'ai de mieux à faire, c'est de rappeler des souvenirs personnels. Seulement je vais me circonscrire et vous raconter seulement comment j'ai écrit mon premier mémoire sur les *fonctions fuchsiennes*. Je vous demande pardon, je vais employer quelques expressions techniques; mais elles ne doivent pas vous effrayer, vous n'avez aucun besoin de les comprendre. Je dirai, par exemple, j'ai trouvé la démonstration de tel théorème dans telles circonstances, ce théorème aura un nom barbare, que beaucoup d'entre vous ne connaîtront pas, mais cela n'a aucune importance; ce qui est intéressant pour le psychologue, ce n'est pas le théorème, ce sont les circonstances.

Depuis quinze jours, je m'efforçais de démontrer qu'il ne pouvait exister aucune fonction analogue à ce que j'ai appelé depuis les *fonctions fuchsiennes*; j'étais alors fort ignorant; tous les jours, je m'asseyais à ma table de travail, j'y passais une heure ou deux, j'essayais un grand nombre de combinaisons et je n'arrivais à aucun résultat. Un soir, je pris du café noir contrairement à mon habitude, je ne pus m'endormir : les idées surgissaient en foule; je les sentais comme se heurter, jusqu'à ce que deux d'entre elles s'accrochassent pour ainsi dire pour former une combinaison stable. Le matin, j'avais établi l'existence d'une classe de *fonctions fuchsiennes*, celles qui dérivent de la série hypergéométrique; je n'eus plus qu'à rédiger les résultats, ce qui ne me prit que quelques heures¹.

Je voulus ensuite représenter ces fonctions par le quotient de deux séries; cette idée fut parfaitement consciente et réfléchie; l'analogie avec les fonctions elliptiques me guidait. Je me demandai quelles devaient être les propriétés de ces séries si elles existaient, et j'arrivai sans difficulté à former les séries que j'ai appelées *théta-fuchsiennes*².

amenés à dire que la sélection consiste dans le choix d'états de conscience de plus en plus appropriés au but; nous avons dit en outre que le cercle du choix est bien plus circonscrit qu'on ne suppose, limité sans cesse par la *direction* et la *censure*. C'est la même pensée que Poincaré exprime ici, mais en termes tout différents.

A. B.

1. C'est le premier exemple d'invention; il est malheureusement décrit en termes un peu vagues : nuit d'insomnie, et le lendemain travail de découverte, qui se fait très facilement. Est-ce l'inconscient de la nuit qui a préparé le travail? C'est une première explication. Est-ce le repos de la nuit qui en conférant au cerveau un état favorable de fraîcheur lui a permis de travailler vite et bien? Rien ne contredit cette seconde affirmation. Laissons donc ce cas de côté.

A. B.

2. Ceci est un exemple très net de travail conscient se faisant sous l'influence d'une idée consciente et réfléchie. C'est l'invention produite par un travail conscient, dont le cas le plus banal est aussi le cas le plus compréhensible.

A. B.

A ce moment, je quittai Caen, que j'habitais alors, pour prendre part à une course géologique entreprise par l'École des Mines. Les péripéties du voyage me firent oublier mes travaux mathématiques; arrivés à Coutances, nous montâmes dans un omnibus pour je ne sais quelle promenade; au moment où je mettais le pied sur le marchepied, l'idée me vint, sans que rien dans mes pensées antérieures parût m'y avoir préparé, que les transformations dont j'avais fait usage pour définir les fonctions *fuchsiennes* étaient identiques à celles de la géométrie non euclidienne. Je ne fis pas la vérification; je n'en aurais pas eu le temps puisque, à peine assis dans l'omnibus, je repris la conversation commencée, mais j'eus tout de suite une entière certitude. De retour à Caen, je vérifiai le résultat à tête reposée pour l'acquit de ma conscience¹.

Je me mis alors à étudier des questions d'arithmétique sans grand résultat apparent et sans soupçonner que cela pût avoir le moindre rapport avec mes recherches antérieures. Dégoûté de mon insuccès, j'allai passer quelques jours au bord de la mer, et je pensai à tout autre chose. Un jour, en me promenant sur une falaise, l'idée me vint, toujours avec les mêmes caractères de brièveté, de soudaineté, et de certitude immédiate, que les transformations arithmétiques des formes quadratiques ternaires indéfinies étaient identiques à celles de la géométrie non euclidienne.

Étant revenu à Caen, je réfléchis sur ce résultat; et j'en tirai les conséquences; l'exemple des formes quadratiques me montrait qu'il y avait des groupes *fuchsien*s autres que ceux qui correspondent à la série hypergéométrique; je vis que je pouvais leur

1. Encore un exemple net : le travail est précédé par l'apparition brusque, inattendue, émouvante, d'une idée qui contient tout le travail en germe, et est accompagnée de la conviction que l'on est dans la bonne voie : c'est ce que Beauzamy a appelé une *idée-mère*, et l'expression me paraît tellement heureuse que je propose de la conserver. Pour peu qu'on s'observe, on s'aperçoit qu'on est de temps en temps illuminé par une idée-mère. Celle-ci est si riche qu'il faut même quelque temps pour en voir tout le contenu; et si on se met à travailler dessus avec conscience, on la dévide comme un cocon de ver à soie : dans ce dévidage, on n'invente rien, on ne fait que de la logique. Je vais en citer un exemple personnel; il ne s'agit pas d'invention, mais de mémoire : certaines idées-mères sont des souvenirs. Un jour, j'avais lu un des contes que publie le journal : *Le Petit Parisien*. Par amusement je cherchais le lendemain à me rappeler l'histoire et je n'y parvenais pas facilement. J'ai noté toutes les étapes de la résurrection de mon souvenir. A force de m'appliquer, j'eus d'abord une représentation visuelle, mais très faible, de la colonne du journal qui était remplie par le conte. Je vis à peu près l'endroit où était cette colonne, je me rappelai aussi, je vis qu'il y avait une colonne et demie, et que la demi-colonne se terminait au milieu du journal. Puis, pendant quelque temps, je n'appris rien de nouveau. J'attendais, rien ne venait. Ensuite j'eus le sentiment très vif que ce conte était très médiocre, peu intéressant, et que l'auteur n'avait pas réussi à inventer une fin convenable; c'est en effet par le dénouement que pèchent la plupart des petites nouvelles. A ce moment, je ne pouvais pas dire un mot du sujet, je le désapprouvais, ou plutôt je me rappelais mon sentiment de désapprobation sans

appliquer la théorie des séries *thétafuchsiennes* et que, par conséquent, il existait des fonctions *fuchsiennes* autres que celles qui dérivent de la série hypergéométrique, les seules que je connusse jusqu'alors. Je me proposai naturellement de former toutes ces fonctions; j'en fis un siège systématique et j'enlevai l'un après l'autre tous les ouvrages avancés; il y en avait un cependant qui tenait encore et dont la chute devait entraîner celle du corps de place. Mais tous mes efforts ne servirent d'abord qu'à me mieux faire connaître la difficulté, ce qui était déjà quelque chose. Tout ce travail fut parfaitement conscient.

Là-dessus je partis pour le Mont-Valérien où je devais faire mon service militaire; j'eus donc des préoccupations très différentes. Un jour, en traversant le boulevard, la solution de la difficulté qui m'avait arrêté m'apparut tout à coup. Je ne cherchai pas à l'approfondir immédiatement, et ce fut seulement après mon service que je repris la question. J'avais tous les éléments, je n'avais qu'à les rassembler et à les ordonner. Je rédigeai donc mon mémoire définitif d'un trait et sans aucune peine ¹.

Je me bornerai à cet exemple unique, il est inutile de les multiplier; en ce qui concerne mes autres recherches, j'aurais à vous faire des récits tout à fait analogues; et les observations rapportées par d'autres mathématiciens dans l'enquête de *l'Enseignement mathématique* ne pourraient que les confirmer.

Ce qui vous frappera tout d'abord ce sont ces apparences d'illumination subite, signes manifestes d'un long travail inconscient antérieur; le rôle de ce travail inconscient dans l'invention mathématique me paraît incontestable, et on en trouverait des traces

pouvoir le justifier, ou le raccrocher à un élément intellectuel quelconque. Il y eut encore un temps d'arrêt, pendant lequel rien ne vint. Puis, brusquement, tout à coup, comme par illumination, ma conscience fut bouleversée; il me vint à l'esprit un mot, celui de homard, et en même temps j'eus le sentiment que je me rappelais le conte tout entier, et que j'aurais pu le raconter d'un bout à l'autre. Le mot homard s'y rattachait étroitement, il était question de cela dans le conte, et le homard en formait le pivot. J'avais donc à la fois dans ma pensée un mot, et un sentiment de me rappeler le conte entier; ce sentiment était accompagné d'une certitude absolue. Était-ce un sentiment? Ou bien s'y mêlait-il quelque image? Je serais bien embarrassé de le dire. Je crois plutôt qu'outre ce sentiment, je sentais des images prêtes à jaillir: j'avais sous la main comme un empilement d'images, quelque chose qui ne demandait qu'à se développer. C'est bien là, je crois une idée-mère. A propos de l'effort, Bergson a décrit, mais sous un autre nom, ces idées-mères, et pour exprimer tout ce qu'elles contiennent à l'état de puissance, il a employé une bien jolie comparaison: faites une section dans une pyramide, près de la base; cette section renfermera les angles et les côtés du solide coupé; faites la section près du sommet; dans la section, tous les angles et tous les côtés, avec leurs propriétés caractéristiques, restent encore inclus. Maintenant faites la section au sommet même, on n'a plus qu'un point, mais dans ce point la pyramide est comme résumée. Ainsi se présente l'idée-mère: elle est une inclusion, un bouton, un germe. A. B.

1. Encore un exemple d'invention par idée-mère.

dans d'autres cas où il est moins évident. Souvent quand on travaille une question difficile, on ne fait rien de bon la première fois qu'on se met à la besogne; ensuite on prend un repos plus ou moins long, et on s'assoit de nouveau devant sa table. Pendant la première demi-heure on continue à ne rien trouver et puis tout à coup l'idée décisive se présente à l'esprit. On pourrait dire que le travail conscient a été plus fructueux parce qu'il a été interrompu et que le repos a rendu à l'esprit sa force et sa fraîcheur. Mais il est plus probable que ce repos a été rempli par un travail inconscient, et que le résultat de ce travail s'est révélé ensuite au géomètre, tout à fait comme dans les cas que j'ai cités; seulement la révélation, au lieu de se faire jour pendant une promenade ou un voyage, s'est produite pendant une période de travail conscient, mais indépendamment de ce travail qui joue tout au plus un rôle de déclanchement; comme s'il était l'aiguillon qui aurait excité les résultats déjà acquis pendant le repos, mais restés inconscients, à revêtir la forme consciente ¹.

Il y a une autre remarque à faire au sujet des conditions de ce travail inconscient; c'est qu'il n'est possible et en tout cas qu'il n'est fécond que s'il est d'une part précédé, et d'autre part suivi d'une période de travail conscient. Jamais (et les exemples que je vous ai cités le prouvent déjà suffisamment) ces inspirations subites ne se produisent qu'après quelques jours d'efforts volontaires, qui ont paru absolument infructueux et où l'on a cru ne rien faire de bon, où il semble qu'on a fait totalement fausse route. Ces efforts n'ont donc pas été aussi stériles qu'on le pense, ils ont mis en branle la machine inconsciente et sans eux elle n'aurait pas marché et elle n'aurait rien produit ².

1. Il y a ici une hypothèse. Poincaré suppose que la révélation que nous avons appelée l'*idée-mère* est le produit d'un travail inconscient. C'est possible dans certains cas, mais ce n'est pas absolument certain. Il est tout aussi possible que l'apparition de l'*idée-mère* résulte d'un repos cérébral, ou tout à la fois d'un travail inconscient et d'un repos cérébral. En ce qui me concerne, j'ai constaté de la façon la plus nette que mes idées-mères me viennent le plus souvent le matin, un quart d'heure ou une demi-heure après le réveil, au moment où je me livre aux actes automatiques de la toilette; et mon travail de la journée consiste le plus souvent à extraire le contenu de ces idées-mères à apparition matinale. Il faudrait avoir beaucoup de documents pour pouvoir regarder dans l'intérieur des idées-mères, et savoir si réellement elles supposent un long travail subconscient, ou si au contraire, elles ne peuvent pas résulter d'une intuition immédiate, mais très heureuse, d'une actualisation très courte de l'intelligence. Je penche plutôt vers cette seconde solution. A. B.

2. Il ressort de ces faits une conclusion pédagogique dont l'importance ne peut être assez appréciée: c'est que lorsqu'on veut faire un travail profitable, il ne faut pas fatiguer son cerveau « en y pensant toujours », comme disait ou aurait dit Newton; cette méthode de longue patience et d'efforts continus est détestable, et nous devons la repousser, bien que nos maîtres nous aient appris autrefois à l'admirer, et aient brûlé de l'encens devant elle. Ce qu'il faut, c'est, comme Beaunis l'a indiqué si clairement, travailler jusqu'à un certain point, ne pas dépasser la fatigue, puis arrêter

La nécessité de la seconde période de travail conscient, après l'inspiration, se comprend mieux encore. Il faut mettre en œuvre les résultats de cette inspiration, en déduire les conséquences immédiates, les ordonner, rédiger les démonstrations. Mais surtout il faut les vérifier. Je vous ai parlé du sentiment de certitude absolue qui accompagne l'inspiration; dans les cas cités, ce sentiment n'était pas trompeur, et le plus souvent il en est ainsi; mais il faut se garder de croire que ce soit une règle sans exception; souvent ce sentiment nous trompe sans pour cela être moins vif et on ne s'en aperçoit que quand on cherche à mettre la démonstration sur pied. J'ai observé surtout le fait pour les idées qui me sont venues le matin ou le soir dans mon lit, dans un état semi-hypnagogique.

Tels sont les faits, et voici maintenant les réflexions qu'ils nous imposent. Le moi inconscient, ou, comme on dit, le moi subliminal joue un rôle capital dans l'invention mathématique, cela résulte de tout ce qui précède. Mais on considère d'ordinaire le moi subliminal comme purement automatique. Or nous avons vu que le travail mathématique n'est pas un simple travail mécanique, qu'on ne saurait le confier à une machine, quelque perfectionnée qu'on la suppose. Il ne s'agit pas seulement d'appliquer des règles, de fabriquer le plus de combinaisons possibles d'après certaines lois fixes. Les combinaisons ainsi obtenues seraient extrêmement nombreuses, inutiles et encombrantes. Le véritable travail de l'inventeur consiste à choisir entre ces combinaisons, de façon à éliminer celles qui sont inutiles ou plutôt à ne pas se donner la peine de les faire. Et les règles qui doivent guider ce choix sont extrêmement fines et délicates, il est à peu près impossible de les énoncer dans un langage précis; elles se sentent plutôt qu'elles ne se formulent; comment dans ces conditions imaginer un crible capable de les appliquer mécaniquement?

Et alors une première hypothèse se présente à nous; le moi subliminal n'est nullement inférieur au moi conscient; il n'est pas purement automatique, il est capable de discernement, il a du tact, de la délicatesse; il sait choisir, il sait deviner. Que dis-je? Il sait mieux deviner que le moi conscient, puisqu'il réussit là où celui-ci avait échoué. En un mot le moi subliminal n'est-il pas supérieur au moi conscient? Vous comprenez toute l'importance de cette question. M. Boutroux, dans une conférence faite ici même il y a deux mois, vous a montré comment elle s'était posée à lui dans des occasions toutes différentes et quelles conséquences entraînerait une réponse affirmative.

brusquement le travail, soit par le repos complet, si on est assez habile pour pouvoir se reposer, soit par un changement d'occupation. Puis on attend; et au bout d'une période plus ou moins longue, qui est remplie soit par un travail inconscient, soit par une restauration des forces psychiques — car les deux hypothèses, nous le répétons, sont également défendables — il arrive un moment où la solution cherchée se présente d'elle-même.

A. B.

Cette réponse affirmative nous est-elle imposée par les faits que je viens de vous exposer? J'avoue que pour ma part je ne l'accepterais pas sans répugnance. Revoyons donc les faits et cherchons s'ils ne comporteraient pas une autre explication.

Il est certain que les combinaisons qui se présentent à l'esprit dans une sorte d'illumination subite après un travail inconscient un peu prolongé, sont généralement des combinaisons utiles et fécondes, qui semblent le résultat d'un premier triage. S'ensuit-il que le moi subliminal, ayant deviné par une intuition délicate que ces combinaisons pouvaient être utiles, n'a formé que celles-là, ou bien en a-t-il formé beaucoup d'autres qui étaient dépourvues d'intérêt et qui sont demeurées inconscientes?

Dans cette seconde manière de voir, toutes les combinaisons se formeraient par suite de l'automatisme du moi subliminal, mais seules, celles qui seraient intéressantes pénétreraient dans le champ de la conscience. Et cela est encore très mystérieux. Quelle est la cause qui fait que, parmi les mille produits de notre activité inconsciente, il y en a qui sont appelés à franchir le seuil tandis que d'autres restent en deçà? Est-ce un simple hasard qui leur confère ce privilège? Évidemment non; parmi toutes les excitations de nos sens, par exemple, les plus intenses seules retiendront notre attention, à moins que cette attention n'ait été attirée sur elles par d'autres causes. Plus généralement, les phénomènes inconscients privilégiés, ceux qui sont susceptibles de devenir conscients, ce sont ceux qui, directement ou indirectement, affectent le plus profondément notre sensibilité.

On peut s'étonner de voir invoquer la sensibilité à propos de démonstrations mathématiques qui, semble-t-il, ne peuvent intéresser que l'intelligence. Ce serait oublier le sentiment de la beauté mathématique, de l'harmonie des nombres et des formes, de l'élégance géométrique. C'est un véritable sentiment esthétique que tous les vrais mathématiciens connaissent. Et c'est bien là de la sensibilité.

Or, quels sont les êtres mathématiques auxquels nous attribuons ce caractère de beauté et d'élégance et qui sont susceptibles de développer en nous une sorte d'émotion esthétique? Ce sont ceux dont les éléments sont harmonieusement disposés de façon que l'esprit puisse sans effort en embrasser l'ensemble tout en pénétrant les détails. Cette harmonie est à la fois une satisfaction pour nos besoins esthétiques et une aide pour l'esprit qu'elle soutient et qu'elle guide. Et en même temps, en mettant sous nos yeux un tout bien ordonné, elle nous fait pressentir une loi mathématique. Or, nous l'avons dit plus haut, les seuls faits mathématiques dignes de retenir notre attention et susceptibles d'être utiles, sont ceux qui peuvent nous faire connaître une loi mathématique. De sorte que nous arrivons à la conclusion suivante. Les combinaisons utiles, ce sont précisément les plus belles, je veux dire celles qui peuvent le mieux charmer cette sensibilité spéciale que tous les mathéma-

liciens connaissent, mais que les profanes ignorent au point qu'ils sont souvent tentés d'en sourire.

Qu'arrive-t-il alors? Parmi les combinaisons en très grand nombre que le moi subliminal a aveuglément formées, presque toutes sont sans intérêt et sans utilité, mais par cela même elles sont sans action sur la sensibilité esthétique; la conscience ne les connaîtra jamais; quelques-unes seulement sont harmonieuses, et par suite à la fois utiles et belles, elles seront capables d'émouvoir cette sensibilité spéciale du géomètre dont je viens de vous parler, et qui, une fois excitée, appellera sur elles notre attention, et leur donnera ainsi l'occasion de devenir conscientes.

Ce n'est là qu'une hypothèse, et cependant voici une observation qui pourrait la confirmer; quand une illumination subite envahit l'esprit du mathématicien, il arrive le plus souvent qu'elle ne le trompe pas; mais il arrive aussi quelquefois, je l'ai dit, qu'elle ne supporte pas l'épreuve d'une vérification; eh bien, on remarque presque toujours que cette idée fautive, si elle avait été juste, aurait flatté notre instinct naturel de l'élégance mathématique.

Ainsi, c'est cette sensibilité esthétique spéciale, qui joue le rôle du crible délicat dont je parlais plus haut, et cela fait comprendre assez pourquoi celui qui en est dépourvu ne sera jamais un véritable inventeur.

Toutes les difficultés n'ont pas disparu cependant; le moi conscient est étroitement borné; quant au moi subliminal, nous n'en connaissons pas les limites et c'est pourquoi nous ne répugnons pas trop à supposer qu'il a pu former en peu de temps plus de combinaisons diverses que la vie entière d'un être conscient ne pourrait en embrasser. Ces limites existent cependant; est-il vraisemblable qu'il puisse former toutes les combinaisons possibles dont le nombre effrayerait l'imagination? cela semblerait nécessaire néanmoins, car s'il ne se produit qu'une partie de ces combinaisons, et s'il le fait au hasard, il y aura bien peu de chances pour que la *bonne*, celle qu'on doit choisir, se trouve parmi elle¹.

Peut-être faut-il chercher l'explication dans cette période de travail conscient préliminaire qui précède toujours tout travail inconscient fructueux. Qu'on me permette une comparaison grossière. Représentons-nous les éléments futurs de nos combinai-

1. Il ne faut pas se dissimuler que la masse principale de cette explication n'est qu'une conjecture, malgré la finesse bien observée des détails qui l'accompagnent. C'est une conjecture de penser que le subliminal travaille automatiquement, en aveugle. Pourquoi ne serait-il pas, chez certains individus, aussi intelligent que le moi conscient? C'est une conjecture encore plus forte de supposer que le subliminal a la patience d'essayer toutes les combinaisons possibles, qu'il va par conséquent au hasard, puis que lorsqu'il met la main sur la bonne combinaison, il en jaillit tout à coup un sentiment de satisfaction esthétique, qui arrête l'attention sur cette combinaison, la retient et la fait entrer dans une phase de vie consciente. Cela paraît hautement invraisemblable, presque

sons comme quelque chose de semblable aux atomes crochus d'Épicure. Pendant le repos complet de l'esprit ces atomes sont immobiles, ils sont pour ainsi dire accrochés au mur : ce repos complet peut donc se prolonger indéfiniment sans que ces atomes se rencontrent, et par conséquent sans qu'aucune combinaison puisse se produire entre eux.

Au contraire, pendant une période de repos apparent et de travail inconscient, quelques-uns d'entre eux sont détachés du mur et mis en mouvement. Ils sillonnent dans tous les sens l'espace, j'allais dire la pièce où ils sont enfermés, comme pourrait le faire, par exemple, une nuée de moucherons, ou si vous préférez une comparaison plus savante, comme le font les molécules gazeuses dans la théorie cinétique des gaz. Leurs chocs mutuels peuvent alors produire des combinaisons nouvelles.

Quel va être le rôle du travail conscient préliminaire? C'est évidemment de mobiliser quelques-uns de ces atomes, de les décrocher du mur et de les mettre en branle. On croit qu'on n'a rien fait de bon parce qu'on a remué ces éléments de mille façons diverses pour chercher à les assembler et qu'on n'a pu trouver d'assemblage satisfaisant. Mais, après cette agitation qui leur a été imposée par notre volonté, ces atomes ne rentrent pas dans leur repos primitif. Ils continuent librement leur danse.

Or notre volonté ne les a pas choisis au hasard, elle poursuivait un but parfaitement déterminé; les atomes mobilisés ne sont donc pas des atomes quelconques; ce sont ceux dont on peut raisonnablement attendre la solution cherchée. Les atomes mobilisés vont alors subir des chocs, qui les feront entrer en combinaison, soit entre eux, soit avec d'autres atomes restés immobiles, et qu'ils seront venus heurter dans leur course. Je vous demande pardon encore une fois, ma comparaison est bien grossière, mais je ne sais trop comment je pourrais faire comprendre autrement ma pensée.

Quoi qu'il en soit, les seules combinaisons qui ont chance de se former, ce sont celles où l'un des éléments au moins est l'un de ces atomes librement choisis par notre volonté. Or, c'est évidemment parmi elles que se trouve ce que j'appelais tout à l'heure la *bonne combinaison*. Peut-être y a-t-il là un moyen d'atténuer ce qu'il y avait de paradoxal dans l'hypothèse primitive ¹.

Autre observation. Il n'arrive jamais que le travail inconscient

absurde. Nous préférons attribuer à l'inconscient le même flair que nous reconnaissons au conscient. Il n'est pas nécessaire de passer en revue toutes les combinaisons pour trouver la bonne; il y a des combinaisons que la censure rejette a priori. Je cherche par exemple un nom de plante : après recherche, je trouve. Mais je n'ai pas eu à choisir entre les cent mille mots de la langue française. Il y a eu sélection, systématisation, et cela s'est fait en dehors de ma conscience, quoique au milieu d'un processus conscient. Le même mécanisme peut bien jouer dans les moments où le processus est entièrement inconscient.

A. B.

1. Le caractère hautement artificiel de cette hypothèse ne peut échapper à personne.

A. B.

nous fournisse *tout fait* le résultat d'un calcul un peu long, où l'on n'a qu'à appliquer des règles fixes. On pourrait croire que le moi subliminal, tout automatique, est particulièrement apte à ce genre de travail qui est en quelque sorte exclusivement mécanique. Il semble qu'en pensant le soir aux facteurs d'une multiplication, on pourrait espérer trouver le produit tout fait à son réveil, ou bien encore qu'un calcul algébrique, une vérification, par exemple, pourrait se faire inconsciemment. Il n'en est rien, l'observation le prouve. Tout ce qu'on peut espérer de ces inspirations, qui sont les fruits du travail inconscient, ce sont des points de départ pour de semblables calculs; quant aux calculs eux-mêmes, il faut les faire dans la seconde période de travail conscient, celle qui suit l'inspiration; celle où l'on vérifie les résultats de cette inspiration et où l'on en tire les conséquences. Les règles de ces calculs sont strictes et compliquées; elles exigent la discipline, l'attention, la volonté et par suite la conscience. Dans le moi subliminal, règne au contraire, ce que j'appellerais la liberté, si l'on pouvait donner ce nom à la simple absence de discipline et au désordre né du hasard. Seulement ce désordre même permet des accouplements inattendus¹.

Je ferai une dernière remarque; quand je vous ai exposé plus haut quelques observations personnelles, j'ai parlé d'une nuit d'excitation, où je travaillais comme malgré moi : les cas où il en est ainsi sont fréquents, et il n'est pas nécessaire que l'activité cérébrale anormale soit causée par un excitant physique comme dans celui que j'ai cité. Eh bien, il semble que, dans ces cas, on

1. Après des hypothèses qui me paraissent inadmissibles, voici une observation d'un intérêt capital. L'inconscient, dit Poincaré, ne fournit pas le produit d'une multiplication, il ne fournit que des points de départ. L'auteur dit encore qu'il consiste en *accouplements inattendus*. Cette dernière expression est à retenir, car j'y vois une conclusion, un résumé, une synthèse de toute la théorie; et si cette synthèse semble avoir échappé à Poincaré, c'est qu'il n'a pas regardé d'assez près les idées-mères. L'idée-mère de la découverte me paraît consister en une comparaison inattendue, un accrochement de deux idées qui jusque-là étaient restées indépendantes; or, ce rapprochement, à mon avis toujours, n'exige point un travail subconscient, ou du moins n'en résulte pas, n'en est pas le total. Ce n'est pas un point d'arrivée, une conclusion, c'est un point de départ. Le travail qui a précédé, qu'il ait été conscient ou non, a consisté à exciter les idées pouvant s'accrocher, et à faire déjà un choix, une limitation dans ces idées : et c'est là la caractéristique de tout travail mental : choisir et préparer, faciliter le choix en le limitant. L'inconscient n'ajoute rien à ce travail préparatoire, et n'en enlève rien. Puis, tout à coup, le rapprochement fécond se fait; et si ce rapprochement fécond nous paraît être une illumination, ce n'est nullement à cause de la qualité intrinsèque des idées en jeu, ni de la valeur du rapport saisi : c'est parce que nous avons aussitôt le sentiment intellectuel que nous venons de trouver quelque chose d'extrêmement utile, et que nous voyons en raccourci toutes les conséquences. De là cette émotion de surprise, cette joie qui accompagne l'éclosion de l'idée, ce petit « toc-toc » dont parlait Goethe. Ici, Poincaré a parfaitement raison : c'est ce sentiment qui met hors de pair le rapprochement qu'on vient de trouver, et qui en assure la survie.

assiste soi-même à son propre travail inconscient, qui est devenu partiellement perceptible à la conscience surexcitée et qui n'a pas pour cela changé de nature. On se rend alors vaguement compte de ce qui distingue les deux mécanismes ou, si vous voulez les méthodes de travail des deux « moi ». Et les observations psychologiques que j'ai pu faire ainsi me semblent confirmer dans leurs traits généraux les vues que je viens d'émettre.

Certes elles en ont bien besoin, car elles sont et restent malgré tout bien hypothétiques : l'intérêt de la question est si grand pourtant que je ne me repens pas de vous les avoir soumises ¹.

HENRI POINCARÉ.

G. STÖRRING. — **Experimentelle Untersuchungen über einfache Schlussprozesse** (*Recherches expérimentales sur le mécanisme de la déduction dans quelques cas simples*). — Archiv für die Gesamte Psychologie, t. XI (p. 1-127).

Ce sont des expériences sur le raisonnement, effectuées par la méthode de Marbe. Pour réaliser des conditions aussi simples que possible, l'auteur, se bornant à l'étude des syllogismes catégoriques, a de plus opéré avec des lettres au lieu de concepts. — La réponse ne devait être faite qu'avec la conscience de l'absolue certitude; le sujet était d'ailleurs averti qu'on ne demandait pas de réagir le plus tôt possible. On lui présentait les prémisses de la même manière que dans les expériences de Cordes : il était assis dans un espace entouré d'étoffe noire et où pénétrait un tube prismatique à travers lequel il pouvait lire ce qui était écrit sur une étiquette placée horizontalement à 30 cm., la direction du regard se trouvant la même que dans la lecture d'un livre. Un rideau pouvait masquer l'ouverture du tube la plus éloignée des yeux. L'étiquette demeurait visible jusqu'à la fin de la réponse.

Elle portait, par exemple : T est à gauche de B, K est à gauche de T, donc... Le temps qui séparait le début de l'exposition de celui de la réponse était noté. Pendant qu'il prononçait cette dernière, le sujet ne devait pas s'observer; cependant on lui recommandait parfois de s'intéresser à l'une ou l'autre phase de sa réaction, et Störing dit s'être bien trouvé du conseil donné par Külpe, de rendre dans chaque expérience les sujets attentifs à telle ou telle particularité. — Quant à l'interrogatoire dont il faisait suivre la réponse, l'auteur a pris toutes les précautions d'usage pour ne pas

1. Résumons brièvement notre manière de voir. L'invention peut se passer de l'inconscient, à notre avis, et l'inconscient, quand il agit, agit de la même manière que le travail conscient, par préparation des idées à combiner, et limitation de leur nombre. L'invention n'est pas un résultat d'un travail antérieur, conscient ou non; mais elle se produit, grâce à cette préparation antérieure, ce qui est tout différent: enfin, elle se compose de deux choses: union de deux idées, et sentiment très vif de la fécondité de cette union.

A. B.