ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 JANVIER 1909.

PRÉSIDENCE DE M. BOUCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret approuvant l'élection que l'Académie a faite de M. *Villard* pour occuper, dans la Section de Physique, la place vacante par le décès de M. *E. Mascart*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur invitation de M. le Président, M. **Villard** prend place parmi ses Confrères.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques applications de la méthode de M. Fredholm*. Note de M. **H. Poincaré**.

La méthode de Fredholm permet de résoudre presque immédiatement certaines questions relatives au développement des fonctions en séries ou à leur représentation par des intégrales définies.

Par exemple, on peut résoudre l'équation intégrale de première espèce

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(y)\,[e^{ixy}+f(x, y)]\,dy=\psi(x),$$

où $\varphi(y)$ est la fonction inconnue, si $f(x, y)$ n'a, quel que soit x, qu'un nombre limité de maxima et de minima, si elle tend uniformément vers o pour $y=\pm\infty$, si $\frac{df}{dy}$ est limité et satisfait aux mêmes conditions.

Dans le même ordre d'idées, une fonction satisfaisant aux conditions de Dirichlet sera, pour toutes les valeurs de x comprises entre o et 2π, développable en série procédant suivant les fonctions

$$e^{imx} + \theta_m(x) \qquad (m \text{ entier}),$$

pourvu que la série $\Sigma|\theta_m(x)|$ converge absolument et uniformément. Cette condition est suffisante; il serait facile de trouver les conditions nécessaires et suffisantes, que je n'énonce pas.

Par exemple, on pourra développer suivant les fonctions

$$\cos\mu_m x, \qquad \sin\mu_m x,$$

pourvu que la série

$$\sum(\mu_m - m)$$

converge absolument.

Proposons-nous encore de résoudre l'équation intégrale de première espèce

$$\int_0^{2\pi} \varphi(z)[e^{izx} + f(x, z)]\,dz = \psi(x).$$

Nous nous proposons de déterminer la fonction $\varphi(z)$ pour les valeurs de z comprises entre o et 2π; je ne dirai pas en se donnant arbitrairement la fonction $\psi(x)$, cela serait impossible, mais en se donnant les valeurs de $\psi(x)$ pour toutes les valeurs *entières* de x positives ou négatives.

Pour que cela soit possible, il suffit qne la série

$$\sum\psi(m)$$

et que l'intégrale

$$\int_0^{\infty} f''(x, z)\,dx$$

convergent absolument et uniformément.

Je profite de l'occasion pour réparer un oubli involontaire qui m'a été signalé par M. Picard.

Dans une Note récente, j'ai signalé une série de résultats relatifs respectivement aux cas où le noyau de l'équation de Fredholm devient infini d'ordre $<\frac{1}{2}$, $<\frac{2}{3}$, $<\frac{3}{4}$, ...; le premier de ces résultats avait déjà été obtenu par une autre voie par M. Hilbert.