ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 OCTOBRE 1909.

PRÉSIDENCE DE M. BOUCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison de la séance publique solennelle des cinq Académies, la séance du lundi 25 octobre est reportée au mardi 26.

M. G. **Darboux** fait hommage à l'Académie d'un exemplaire de l'Adresse qu'il a présentée en qualité de délégué du Gouvernement de la République française, le lundi 27 septembre, à M. le Gouverneur de l'État de New-York, à M. le Maire et à MM. les Membres de la Commission Hudson-Fulton.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la diffraction des ondes hertziennes.* Note de M. **H. Poincaré.**

Soient ρ le rayon de la Terre, D la distance de l'excitateur au centre de la Terre, φ l'angle sous lequel on voit du centre de la Terre la distance de l'excitateur au récepteur, $\frac{2\pi}{\omega}$ la longueur d'onde (écrite sous forme complexe); on trouve que l'amplitude de l'onde diffractée est proportionnelle à

$$\frac{1}{\omega^2 D^2 \rho^2} \sum n(n+1)(2n+1) \frac{I_n(\omega D)}{I'_n(\omega\rho)} P_n(\cos\varphi);$$

$P_n(\cos\varphi)$ est le polynome de Legendre; $I_n(\xi)$ est une des intégrales de l'équation linéaire

$$\frac{d^2y}{d\xi^2}+y\left[1-\frac{n(n+1)}{\xi^2}\right]=0,$$

à savoir celle qui se réduit sensiblement à $e^{-i\xi}$ pour ξ très grand; I'_n est la dérivée de I_n par rapport à ξ.

Qu'arrive-t-il lorsque D est très peu différent de ρ? On peut trouver une expression approchée de la somme de cette série. Posons

$$F(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}e^{i\left(tx-\frac{x^3}{3}\right)}dx,$$

de sorte que $F(t)$ satisfasse à l'équation linéaire

$$\frac{d^2F}{dt^2}+tF=0.$$

Soit t_0 la plus petite racine de l'équation

$$F'\left(te^{\frac{4i\pi}{3}}\right)=0,$$

F' étant la dérivée de F par rapport à t; ou plutôt celle de ces racines dont la partie imaginaire est négative et plus petite en valeur absolue que pour toutes les autres. Posons

$$\varepsilon_1=\omega D-t_0\left(\frac{\omega D}{2}\right)^{\frac{1}{3}};$$

la somme de notre série sera sensiblement proportionnelle à

$$\frac{e^{i\varepsilon_1\varphi}}{\sqrt{\varepsilon_1(1-e^{-2i\varphi})}}.$$

Le module de l'exponentielle qui figure au numérateur est égal à

$$e^{-m\omega^{\frac{1}{3}}\varphi},$$

où m est égal à la partie imaginaire de $-t_0$ multipliée par $\left(\frac{D}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$.

Cela nous indique avec quelle rapidité décroît l'onde diffractée avec la distance. Ces résultats ne concordent pas complètement avec ceux que j'ai annoncés dans une Note antérieure. J'expliquerai dans un Mémoire détaillé pourquoi les formules approchées dont j'ai fait usage dans cette Note deviennent insuffisantes.